



Etude analytique, numérique et expérimentale des effets de rugosités d'interfaces dans une structure métal/colle/métal sur les ondes SH

Ludovic Cardin Foze Ndjomo

► To cite this version:

Ludovic Cardin Foze Ndjomo. Etude analytique, numérique et expérimentale des effets de rugosités d'interfaces dans une structure métal/colle/métal sur les ondes SH. Acoustique [physics.class-ph]. Université du Maine, 2015. Français. NNT : 2015LEMA1011 . tel-01266382

HAL Id: tel-01266382

<https://theses.hal.science/tel-01266382>

Submitted on 2 Feb 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse de Doctorat

Ludovic Cardin FOZE NDJOMO

*Mémoire présenté en vue de l'obtention du
grade de Docteur de l'Université du Maine
sous le label de L'Université Nantes Angers Le Mans*

École doctorale : SPIGA

Discipline : Science de l'ingénieur

Spécialité : Acoustique

Unité de recherche : Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine, UMR CNRS 6613

Soutenue le 15 OCTOBRE 2015

Etude analytique, numérique et expérimentale des effets de rugosités d'interfaces dans une structure métal/colle/métal sur les ondes SH

JURY

Rapporteurs : Mme Agnès MAUREL, Directrice de Recherches CNRS, Institut Langevin, ESPCI, Paris

M. Joseph MOYSAN, Professeur des Universités, Université d'Aix Marseille

Examineurs : M. Vincent TOURNAT, Directeur de Recherches CNRS, Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine

M. Tony VALIER-BRASIER, Maître de Conférences, Université de Paris 6

Co-encadrants : M. Moncef ECH CHERIF EL KETTANI, Maître de Conférences HDR, Université du Havre

M. Damien LEDUC, Maître de Conférences, Université du Havre

Co-directeur de Thèse : M. Michel Bruneau, Professeur Emérite, Université du Maine, Le Mans

Directeur de Thèse : Mme Catherine POTEL, Professeur des Universités, Université du Maine, Le Mans

Invité : M. Michel DARMON, Docteur, Ingénieur-Chercheur Expert au CEA, LIST

REMERCIEMENTS

Ces travaux de thèse ont été réalisés au Laboratoire d'Acoustique de L'université du Maine (LAUM) où se sont déroulées les études analytiques, et au Laboratoire Ondes et Milieux Complexes du Havre (LOMC) où se sont déroulées les études numériques et expérimentales. Cette thèse fait partie du projet de l'Agence Nationale de Recherche ISABEAU (Innovating for Structural Adhesive Bonding Evaluation and Analysis with Ultrasounds) sur le collage et entre dans le cadre de la Fédération Acoustique du Nord-Ouest (FANO). Cette thèse a été financée sur une bourse du Ministère de l'Education Nationale.

Je tiens tout d'abord à remercier mes directeurs de thèse : Mme Catherine Potel pour tout le soutien qu'elle m'a apporté et pour les calculs sous MATLAB qu'elle a effectué, qui ont abouti aux résultats analytiques, M. Michel Bruneau pour avoir mis sur pied le modèle analytique utilisé dans cette thèse.

Durant le séjour de sept mois que j'ai effectué au Havre, j'ai pu travailler avec M. Mounsif Ech Cherif El Kettani et M. Damien Leduc. Ils m'ont apporté leur soutien : le premier m'a beaucoup aidé dans la maîtrise du logiciel de simulation numérique COMSOL (COMSOL Multiphysics, mode Equations aux Dérivées Partielles) et le deuxième m'a permis d'être autonome dans les réalisations des différentes manipulations expérimentales.

Je remercie également M. Philippe Saint-Martin technicien à l'IUT du Havre pour l'usinage des pièces destinées aux études expérimentales et Camille Gautier doctorante au LOMC pour son aide concernant le collage des plaques. Je remercie tous les membres du LOMC pour l'accueil chaleureux que j'ai reçu durant mon séjour au Havre.

Je remercie Mme Agnès Maurel, Directrice de Recherche CNRS à l'Institut Langevin ESPCI Paris 5, M. Joseph Moysan Professeur des Universités à l'Université d'Aix Marseille, d'avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse.

Je remercie également M. Michel Darmon, Docteur Ingénieur-Chercheur, Expert au CEA, LIST, M. Tony Valier-Brasier Maître de Conférences à l'Université Paris 6, M. Vincent Tournat Directeur de Recherches CNRS au LAUM, d'avoir accepté de juger ce travail.

Je veux également remercier M. Joel Gilbert et M. Laurent Simon, respectivement directeur et directeur adjoint du LAUM, M. Innocent Mutabazi et M. Pascal Pareige respectivement directeur et directeur adjoint du LOMC pour m'avoir accueilli au sein de leurs laboratoires.

J'aimerais aussi remercier tous les enseignants que j'ai rencontrés pendant mon cursus à l'Université du Maine et notamment Mme Najat Tahani, M. Bernard Castagnède, M. Claude Depollier, M. Sohbi Sahraoui, M. Olivier Dazel, M. Laurent Simon, M. Bi Wenping, M. Olivier Richoux, M. Bertrand Lihoreau, M. Simon Felix, M. Guillaume Penelet, M. Vitali Gusev et M. Jean Pierre Dalmont.

J'adresse un remerciement à tous les doctorants que j'ai eu le plaisir de côtoyer durant ces trois années de thèse. Je remercie, plus particulièrement, Nanda Tonlio Adalbert, Yosra Dammack, Côme Olivier, Fatma Graja, Balbine Maillou, Olfa Chaouch, Julien Poittevin, Omar aklouche, Alberto Munoz, Kameni Carole, et mes colloques de bureau Thibaux Devaux, Florient Allein, Li Yang Zheng, pour leur accueil chaleureux.

Je remercie infiniment ma famille pour le soutien indéfectible qu'elle m'a apporté, la confiance et la fidélité qu'elle m'a toujours témoignée. Un grand merci aussi à M. Bernard Castagnède et aux familles Come, Krizek, Rousseau, Leclerc, Ricard et Bélobo pour leur soutien et pour leurs conseils.

INTRODUCTION

De nos jours, dans divers domaines industriels (Aéronautique, industries des transports, de l'énergie, Génie Civil, etc...), des techniques sont développées pour contrôler l'état de santé des matériaux, inspecter l'état des structures pendant leur élaboration ou au cours de leur utilisation dans le but de détecter de possibles défauts (voir par exemple [1-5]). Une des techniques les plus utilisées est le contrôle non destructif (CND) qui est l'une des motivations de cette thèse. Le CND a fait l'objet de nombreuses études dans diverses disciplines de la physique, notamment l'acoustique ; on peut citer entre autre l'étude de la propagation des ondes élastiques dans des structures présentant des défauts en surface ou en volume et l'étude de la propagation d'ondes dans des structures collées (cf. infra), etc... Des modèles ont été développés pour décrire la propagation de champs scalaires (champ de contraintes et champs de déplacements des ondes SH) ou vectoriels (ondes de Lamb notamment) [6-10] dans des structures rugueuses, la méthode multi-échelles [11-13] et la méthode multimodale [14-16] étant les plus utilisées pour décrire le couplage d'ondes dû aux rugosités de surface.

Des études sur la propagation des ondes élastiques dans des structures présentant des défauts en surface ou en volume, portant sur la propagation acoustique en guides fluides et solides à parois rugueuses [17-25] ont été effectuées en particulier au Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine au Mans (LAUM) et au Laboratoire Ondes et Milieux Complexes au Havre (LOMC) dans le cadre de la Fédération Acoustique du Nord-Ouest (FANO). Ces études ont permis de caractériser la rugosité de surface par des paramètres (statistiques ou non) tels que la hauteur moyenne de rugosité et la période spatiale du profil de rugosité, les profils de rugosité étant pseudo-aléatoires, périodiques ou autres. L'approche analytique retenue au LAUM repose sur le formalisme intégral des problèmes aux limites de l'acoustique, les solutions étant exprimées sous forme modale. Dans les situations où une (ou des) périodicités spatiales apparaissent dans le profil de rugosité, les conditions d'accord de phase ou relation de phonon [25-28] reliant les longueurs d'ondes de deux modes guidés à la périodicité spatiale de rugosité, sont retenues pour décrire le couplage des modes dans la structure rugueuse, et les champs de déplacements et de contraintes satisfaisant à ces conditions sont représentés. Par ailleurs, les effets de l'influence des paramètres géométriques de la rugosité sur le couplage des modes sont analysés. L'ensemble des résultats analytiques est comparé à des résultats expérimentaux obtenus au LOMC qui dispose des moyens expérimentaux et de traitement du signal nécessaires.

A propos de la propagation d'ondes dans des structures collées, objet de l'étude menée dans le cadre de cette thèse, les études présentées dans la littérature ([29-33]) par exemple, en utilisant les ondes de cisaillement horizontal (SH), les ondes de Rayleigh ou les ondes de Lamb, sont généralement dédiées à la détection de défauts dans la colle ou sur les interfaces entre la colle et les plaques, et plus généralement pour caractériser une liaison adhésive. À

notre connaissance, il n'existe pas d'études traitant des effets de rugosités d'interfaces sur la propagation d'ondes SH dans des structures tri-couche ; c'est donc dans ce contexte que s'inscrit ce mémoire, dont l'objet est de proposer un modèle analytique basé sur le formalisme intégral et une étude numérique et expérimentale qui permettent de traiter la propagation d'ondes SH dans des structures tri-couches à interfaces rugueuses, les rugosités étant de faibles perturbations (la profondeur moyenne de rugosité est plus petite que l'épaisseur des plaques) et de pouvoir relier les caractéristiques de ces rugosités à des paramètres acoustiques accessibles à la mesure.

L'étude menée dans cette thèse porte plus particulièrement sur les effets de rugosité d'interfaces dans une structure métal / colle / métal, dont l'objectif est de caractériser la rugosité par analyse de son influence sur la propagation d'ondes SH guidées en vue de contribuer ultérieurement à l'étude du collage. Des rugosités périodiques ou pseudo-aléatoires sont plus particulièrement considérées en vue d'étudier les effets d'accord de phase. Le phénomène de diffusion sur ces rugosités se traduit par des couplages (transferts d'énergie) entre modes SH propagatifs. Cette étude, traitant des aspects analytiques, numériques (modélisations par éléments finis) et expérimentaux est structurée en quatre chapitres.

Dans le premier chapitre, des rappels sur la propagation des ondes SH dans les milieux élastiques et isotropes sont présentés. Deux cas de figure, le premier étant représenté par une structure bi-couche plaque 1 / plaque 2, et le deuxième par une structure tri-couche plaque 1/ colle / plaque 2) sont retenus pour modéliser la propagation d'ondes SH dans des structures collées, homogènes et isotropes et dont les interfaces sont lisses, les effets d'inertie étant négligés dans la couche de colle (modèle de Jones). Les différents couplages entre les modes SH générés dans chaque plaque sont observés, les cartographies des champs de déplacements et de contraintes dans les deux cas étudiés sont représentées.

La structure considérée dans le deuxième chapitre est la même que celle du deuxième cas de figure du chapitre premier à ceci près que, les interfaces entre la couche de colle et les deux plaques sont rendues rugueuses, l'objectif étant la modélisation analytique de la propagation d'ondes SH dans des plaques solides isotropes collées délimitées par des parois rugueuses. Le champ de déplacement perturbé par la rugosité est exprimé en termes de couplages modaux à l'intérieur de chaque plaque et entre les plaques à travers la couche de colle. Les cartographies des perturbations des champs de déplacements et des contraintes, qui s'appuient ou non sur les effets d'accord de phase correspondant à des profils périodiques et pseudo-aléatoires, sont finalement présentées.

Le troisième chapitre est consacré à la description du processus expérimental d'une part, et à la description numérique par la méthode des éléments finis (sous COMSOL) de la propagation d'ondes SH dans une plaque d'aluminium et dans une structure tri-couche aluminium / colle / aluminium {à interfaces lisses} d'autre part. Les techniques de traitement des signaux utilisées dans toutes les études expérimentales et numériques sont présentées.

Le quatrième et dernier chapitre présente une étude expérimentale et deux études numériques, dont les objectifs sont la détection d'un mode de phonon (mode SH vérifiant la relation

phonon) dans une structure tri-couche aluminium / araldite / aluminium dont le profil de rugosité aux interfaces est un profil périodique (dents de scie symétriques) d'une part et l'étude de la transmission du champ incident à travers la rugosité par l'analyse de l'évolution du coefficient de transmission (en amplitude) en fonction de la fréquence d'autre part, afin de mettre en évidence un éventuel extremum de ce coefficient au voisinage de la fréquence où la relation de phonon est vérifiée. Enfin, une étude paramétrique numérique est présentée en vue d'étudier l'influence des paramètres géométriques de la rugosité sur la transmission du champ incident.

Dans le temps imparti, nous n'avons pas pu étudier l'évolution des coefficients de transmission en fonction de la fréquence dans le deuxième chapitre consacré à l'étude analytique, ce qui ne nous a pas permis de faire une étude comparative complète entre résultats analytiques, résultats numériques et résultats expérimentaux.

CHAPITRE 1

PROPAGATION D'ONDES SH DANS DES STRUCTURES COLLEES A INTERFACES LISSES

1. INTRODUCTION

L'étude de la propagation des ondes ultrasonores guidées (ondes de Lamb, ondes de surface, ...) dans des structures présentant des défauts ou pas en surface ou en volume est toujours d'actualité. Les ondes guidées présentent l'avantage de se propager sur de relativement grandes distances tout en produisant des déformations dans l'épaisseur du guide (sauf les ondes de Rayleigh qui concentrent leur énergie en surface du guide). Elles constituent ainsi un moyen largement reconnu pour ausculter des structures d'assez grandes dimensions [34,35]. De nombreux travaux ont été réalisés dont le contrôle non destructif de composites par ondes ultrasonores guidées [36], l'étude de la propagation acoustique en guides fluides et solides à parois rugueuses [25], la caractérisation de collages de structures par ondes ultrasonores de type SH [37], la propagation d'ondes de Lamb en présence d'une interface rugueuse [38], l'évaluation ultrasonore des réparations de structures métalliques par collage de patches composites [39].

Des rappels sur la propagation des ondes ultrasonores dans les milieux élastiques et isotropes sont présentés dans ce chapitre. L'étude menée ici porte plus particulièrement sur la propagation d'ondes SH dans une structure constituée de deux plaques collées à interfaces lisses, homogènes et isotropes, pouvant être de natures différentes. Deux cas de figure sont retenues pour modéliser la structure : dans le premier cas l'épaisseur de la colle est supposée nulle (bi-couche) et dans le second elle est supposée fine (tri-couche), les effets d'inertie y étant négligés (modèle de Jones). Les champs de déplacements, solutions de l'équation de propagation sont exprimés dans chaque plaque. Les conditions de continuité aux interfaces et les conditions aux frontières dans la structure bi-couche conduisent à la relation de dispersion permettant de tracer les courbes de dispersion. L'équation de dispersion dans la structure tri-couche traduit un saut de déplacement aux interfaces de la colle (modèle de Jones). Les différents couplages entre les modes SH générés dans chaque plaque sont observés, les cartographies des champs de déplacements et de contraintes dans les deux cas étudiés sont représentées.

1-1 Rappels sur la propagation des ondes dans les milieux élastiques isotropes.

Un solide élastique dans le domaine de déformation élastique reprend sa forme initiale quand toutes les charges qui lui sont appliquées sont retirées [40]. Toute contrainte appliquée à un solide élastique, isotrope et homogène, provoque une déformation et inversement. Dans l'hypothèse des petites déformations, la loi de Hooke établit une relation biunivoque entre les contraintes et les déformations :

$$T_{ij} = C_{ijkl} S_{kl}, \quad (1-1)$$

où T_{ij} , C_{ijkl} et S_{kl} représentent respectivement les composantes du tenseur des contraintes $\bar{\bar{T}}$ d'ordre 2 du matériau, les composantes du tenseur des constantes de rigidités élastiques $\bar{\bar{C}}$ d'ordre 4 et les composantes du tenseur des déformations $\bar{\bar{S}}$ d'ordre 2.

Le tenseur des constantes élastiques étant de rang 4, il possède donc $3^4 = 81$ composantes.

Les tenseurs $\bar{\bar{T}}$ et $\bar{\bar{S}}$ étant symétriques, les composantes C_{ijkl} ne changent pas lors d'une permutation des deux premiers ou des deux derniers indices :

$$C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk}. \quad (1-2).$$

En tenant compte des lois de Maxwell on se ramène à 21 constantes indépendantes dans le tenseur des constantes élastiques.

Dans le cas d'un solide élastique isotrope, les composantes C_{ijkl} peuvent s'exprimer en fonction de deux constantes indépendantes λ et μ qui sont les coefficients de Lamé :

$$C_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}), \quad (1-3)$$

δ_{ij} étant le symbole de Kronecker tel que $\delta_{ij} = 0$ si $i \neq j$ et $\delta_{ij} = 1$ si $i = j$.

En reportant l'équation (1-3) dans (1-1), la loi de Hooke devient

$$T_{ij} = \lambda \Delta \delta_{ij} + 2\mu S_{ij}, \quad (1-4)$$

où $\Delta = S_{11} + S_{22} + S_{33}$ désigne la dilatation volumique.

Les contraintes normales ($i = j$) et tangentielles ($i \neq j$) sont données respectivement par :

$$T_{ii} = \lambda \Delta \delta_{ii} + 2\mu S_{ii}, \quad (1-5)$$

$$T_{ij} = 2\mu S_{ij}. \quad (1-6)$$

L'équation de propagation d'une onde dans un solide élastique et homogène est exprimée comme suit :

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} = \rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2}, \quad (1-7)$$

$U_i = U_i(x_k, t)$ est le déplacement particulaire subi par chaque point du solide et dépend de ses coordonnées x_k et du temps, et ρ est la masse volumique du matériau.

Les déformations S_{kl} peuvent s'écrire en fonction des déplacements :

$$S_{kl} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial U_k}{\partial x_l} + \frac{\partial U_l}{\partial x_k} \right]. \quad (1-8)$$

Le tenseur des déformations étant symétrique l'équation précédente devient :

$$S_{kl} = \frac{\partial U_l}{\partial x_k}. \quad (1-9)$$

Compte tenu de la loi de Hooke (1-1), l'équation (1-7) s'écrit encore :

$$\rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = C_{ijkl} \frac{\partial^2 U_l}{\partial x_j \partial x_k}. \quad (1-10)$$

En reportant l'équation (1-3) dans l'équation (1-10) et en utilisant la définition du symbole de Kronecker l'équation précédente s'écrit comme suit, dans le cas d'un milieu isotrope,

$$\rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 U_k}{\partial x_i \partial x_k} + \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j}. \quad (1-11)$$

Sachant que $\frac{\partial U_k}{\partial x_k} = \text{div} \vec{U}$ et que $\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} = \Delta U_i$ (où Δ est l'opérateur Laplacien), l'équation (1-11) prend la forme vectorielle suivante :

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{U}}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \overrightarrow{\text{grad}} (\text{div} \vec{U}) - \mu \overrightarrow{\text{rot}} (\overrightarrow{\text{rot}} \vec{U}), \quad (1-12)$$

le champ de déplacement \vec{U} peut être décomposé en une somme d'une composante longitudinale \vec{U}_L et d'une composante transversale \vec{U}_T (théorème de Helmholtz-Hodge) :

$$\vec{U} = \vec{U}_L + \vec{U}_T. \quad (1-13)$$

La composante longitudinale est irrotationnelle, $\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{U_L}) = \vec{0}$. Elle représente le gradient d'un potentiel scalaire ϕ tel que $\overrightarrow{U_L} = \overrightarrow{grad}\phi$. La composante transversale est à divergence nulle, $div\overrightarrow{U_T} = 0$. Elle représente le rotationnel d'un potentiel vecteur $\vec{\psi}$ tel que $\overrightarrow{U_T} = \overrightarrow{rot}\vec{\psi}$:

$$\overrightarrow{U} = \overrightarrow{grad}\phi + \overrightarrow{rot}\vec{\psi}. \quad (1-14)$$

Le report de l'équation (1-14) dans (1-12), aboutit à un système de deux équations de propagation découplées en $\overrightarrow{U_L}$ et $\overrightarrow{U_T}$ auxquelles sont respectivement associés les potentiels ϕ et $\vec{\psi}$:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \overrightarrow{U_T}}{\partial t^2} - \frac{\mu}{\rho} \Delta \overrightarrow{U_T} = 0 \\ \frac{\partial^2 \overrightarrow{U_L}}{\partial t^2} - \frac{(\lambda + 2\mu)}{\rho} \Delta \overrightarrow{U_L} = 0 \end{cases}, \quad (1-15)$$

ou encore

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \vec{\psi}}{\partial t^2} - C_T^2 \Delta \vec{\psi} = 0 \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - C_L^2 \Delta \phi = 0 \end{cases}, \quad (1-16)$$

avec $C_L = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$ la vitesse de l'onde longitudinale et $C_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ la vitesse de l'onde de cisaillement, l'onde de compression longitudinale étant polarisée parallèlement à la direction de propagation, l'onde de cisaillement étant polarisée parallèlement au plan orthogonal à la direction de propagation.

1-2 Propagation d'ondes SH dans une structure bicouche plaque1 / plaque2 placée dans le vide

1-2.1 Le problème et ses solutions

La structure étudiée est une structure bi-couche bidimensionnelle placée dans le vide constituée de deux plaques élastiques, isotropes et homogènes, numérotées $q=1,2$, caractérisées par leur épaisseur L_q , leur masse volumique ρ_q et leur second coefficient de Lamé μ_q . Le système de coordonnées dans chaque plaque est noté (x_q, y_q) , chaque axe vertical z_q possède son origine O_q au milieu de chaque plaque. La structure bi-couche est supposée infinie dans la direction y et est délimitée par deux surfaces planes perpendiculaires à l'axe z_q comme représentée sur la Figure 1.1. Les vecteurs normaux unitaires à l'interface

lisse entre les deux plaques sont donnés par : $\vec{n}_q = \vec{e}_{z_q}$ $q=1,2$. Les ondes SH (ondes de cisaillement dont l'équation de propagation correspond à la première ligne de l'équation 1-16) sont polarisées suivant la direction y et sont supposées se propager suivant la direction x .

Figure 1-1 : Structure bicouche bidimensionnelle.

Une onde SH harmonique [avec un facteur temps $\exp(i\omega t)$], provenant de l'extrémité gauche de la structure bicouche (Figure 1-1), est caractérisée par son amplitude (en fonction de la coordonnée z) à l'entrée $x=0$ de la plaque (domaines D_{q_0} , $x \in (0, \infty)$, $z_q \in (-L_q/2, L_q/2)$). Les champs de déplacement de cisaillement dans chaque plaque ($q=1,2$), supposés être polarisés le long de l'axe y , sont désignés par :

$$\vec{u}_q(x, z_q; t) = \hat{U}_q^{(0)}(x, z_q) \exp(i\omega t) \vec{e}_y, \quad (1-17)$$

où \vec{e}_y ($\vec{e}_y = \vec{e}_{y_1} = \vec{e}_{y_2}$) représente le vecteur unitaire de direction positive de coordonnée y et où $\hat{U}_q^{(0)}(x, z_q)$ représente la composante selon y de l'amplitude complexe du champ de déplacement, le vecteur \vec{u}_q correspondant au vecteur \vec{U}_T dans la première ligne de l'équation (1-15). Leurs comportements sont régis par le système d'équations, incluant l'équation de propagation et les conditions aux limites, qui prend la forme suivante :

$$\left(\partial_{xx}^2 + \partial_{z_q z_q}^2 + k_q^2 \right) \hat{U}_q^{(0)}(x, z_q) = -\hat{f}(z_q) \delta(x), \quad [x, z_q] \in D_{q_0}, \quad (1-18.a)$$

$$\overline{\overline{T}}_q(x, z_q) \cdot \vec{n}_q = \vec{0}, \quad \forall x \in (0, \infty), \quad z_q = -L_q/2, \quad (1-18.b)$$

$$\left. \begin{aligned} \overline{\overline{T}}_1(x, z_1) \cdot \vec{n}_1 &= \overline{\overline{T}}_2(x, z_2) \cdot \vec{n}_2 \\ \hat{U}_1^{(0)}(x, z_1) &= \hat{U}_2^{(0)}(x, z_2) \end{aligned} \right\}, \quad x \in (0, \infty), \quad z_q = L_q/2, \quad (1-18c-d)$$

$$\left. \begin{aligned} &\text{pas d'onde retour,} \end{aligned} \right\} \quad (1-18.e)$$

où $k_q = \omega/c_{T_q}$ est le nombre d'onde de chaque plaque et dépend de la fréquence de l'onde générée et de la vitesse transversale c_{T_q} de l'onde dans la plaque.

Le champ de déplacement dans chaque plaque, $\hat{U}_q^{(0)}(x, z_q)$ et solution des équations (1-18) est donné par :

$$\hat{U}_q^{(0)}(x, z_q) = \left(A_q^{(0)} e^{-ik_{z_q}^{(0)} z_q} + B_q^{(0)} e^{ik_{z_q}^{(0)} z_q} \right) e^{-ik_x^{(0)} x}. \quad (1-19)$$

Les coefficients $A_q^{(0)}$ et $B_q^{(0)}$ représentent les amplitudes du champ de déplacement dans chaque plaque et dépendent de l'intensité de la source, l'un des deux coefficients étant fixé égal à 1 ; les amplitudes sont donc normalisées.

Le vecteur des contraintes associé s'écrit, en tenant compte la loi de Hooke :

$$\begin{aligned} \overline{\overline{T}}_q(x, z_q) \cdot \vec{n}_q &= \mu_q \partial_{z_q} \hat{U}_q^{(0)}(x, z_q) \vec{e}_y \\ \overline{\overline{T}}_q(x, z_q) \cdot \vec{n}_q &= \mu_q \left(-ik_{z_q}^{(0)} \right) \left(A_q^{(0)} e^{-ik_{z_q}^{(0)} z_q} - B_q^{(0)} e^{ik_{z_q}^{(0)} z_q} \right) e^{-ik_x^{(0)} x} \vec{e}_y, \end{aligned} \quad (1-20)$$

$$\text{avec} \quad k_{z_q}^{(0)} = \sqrt{k_q^2 - \left(k_x^{(0)} \right)^2} \neq 0, \quad (1-21)$$

où $k_{z_q}^{(0)}$ et $k_x^{(0)}$ représentent respectivement les nombres d'onde dans les directions z et x , $k_{z_q}^{(0)}$ est un nombre complexe imaginaire pur lorsque les ondes dans la plaque considérée sont évanescentes).

1-2.2 Conditions aux frontières et équations de continuité

Les conditions aux frontières des surfaces planes $z_q = -L_q/2$ s'écrivent $\overline{\overline{T}}_q \cdot \vec{n}_q = \vec{0}$ [équation 1-18.b)],

$$\text{soit} \quad \left(A_q^{(0)} e^{ik_{z_q}^{(0)} L_q/2} - B_q^{(0)} e^{-ik_{z_q}^{(0)} L_q/2} \right) = 0, \quad (1-22)$$

$$\text{ou encore} \quad B_q^{(0)} = A_q^{(0)} e^{ik_{z_q}^{(0)} L_q}. \quad (1-23)$$

En reportant l'équation (1-23) dans l'équation (1-19) une nouvelle expression du champ de déplacement est obtenue :

$$\hat{U}_q^{(0)}(x, z_q) = 2A_q^{(0)} e^{ik_{z_q}^{(0)} L_q/2} \cos k_{z_q}^{(0)}(z_q + L_q/2) e^{-ik_x^{(0)} x}. \quad (1-24)$$

Le champ des contraintes associées s'écrit [équation (1-20)] :

$$\hat{T}_q(x, z_q) = -2A_q^{(0)} \left(\mu_q k_{z_q}^{(0)} \right) e^{ik_{z_q}^{(0)} L_q/2} \sin k_{z_q}^{(0)}(z_q + L_q/2) e^{-ik_x^{(0)} x}. \quad (1-25)$$

Les conditions de continuité des champs de déplacement et de contraintes à l'interface $z_q = L_q/2$ [équations (1-18.c-d)] s'écrivent :

$$\hat{U}_1^{(0)}(x, z_1) = \hat{U}_2^{(0)}(x, z_2), \quad (1-26)$$

$$\overline{\overline{T}}_1(x, z_1) \cdot \vec{n}_1 = \overline{\overline{T}}_2(x, z_2) \cdot \vec{n}_1 = -\overline{\overline{T}}_2(x, z_2) \cdot \vec{n}_2. \quad (1-27)$$

L'écriture sous forme matricielle des équations (1-24) et (1-25) est donnée par :

$$\begin{bmatrix} e^{ik_{z_1}^{(0)} L_1/2} \cos(k_{z_1}^{(0)} L_1) & -e^{ik_{z_2}^{(0)} L_2/2} \cos(k_{z_2}^{(0)} L_2) \\ \mu_1 k_{z_1}^{(0)} e^{ik_{z_1}^{(0)} L_1/2} \sin(k_{z_1}^{(0)} L_1) & \mu_2 k_{z_2}^{(0)} e^{ik_{z_2}^{(0)} L_2/2} \sin(k_{z_2}^{(0)} L_2) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_1^{(0)} \\ A_2^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (1-28)$$

1-2.3 Equation de dispersion

L'équation de dispersion de la structure bicouche est obtenue en annulant le déterminant de la matrice précédente [équation (1-28)] :

$$\mu_2 k_{z_2}^{(0)} \sin\left(k_{z_2}^{(0)} L_2\right) \cos\left(k_{z_1}^{(0)} L_1\right) = -\mu_1 k_{z_1}^{(0)} \sin\left(k_{z_1}^{(0)} L_1\right) \cos\left(k_{z_2}^{(0)} L_2\right),$$

ou encore
$$\mu_2 k_{z_2}^{(0)} \tan\left(k_{z_2}^{(0)} L_2\right) + \mu_1 k_{z_1}^{(0)} \tan\left(k_{z_1}^{(0)} L_1\right) = 0, \quad (1-29)$$

et la relation entre les amplitudes modales des champs de déplacement est donnée par :

$$A_2^{(0)} = \frac{e^{ik_{z_1}^{(0)} L_1/2} \cos\left(k_{z_1}^{(0)} L_1\right)}{e^{ik_{z_2}^{(0)} L_2/2} \cos\left(k_{z_2}^{(0)} L_2\right)} A_1^{(0)}. \quad (1-30)$$

La constante d'intégration $A_1^{(0)}$ peut être déterminée par l'intensité de la source.

Notons que pour une plaque seule l'équation de dispersion s'écrit :

$$\sin\left(k_{z_q}^{(0)} L_q\right) = 0. \quad (1-31)$$

La résolution numérique de l'équation de dispersion [équation (1-29)] permet d'obtenir les courbes de dispersion. Elles sont présentées et commentées au paragraphe 1-4.

1-3 Propagation d'ondes SH dans une structure tri-couche plaque1 / colle / plaque2 placée dans le vide

1-3.1 Le problème

Dans l'étude précédente le contact entre les plaques est supposée parfait, c'est-à-dire qu'il y'a continuité des déplacements et des contraintes à l'interface. Dans ce paragraphe, les deux plaques sont collées à l'aide d'une fine couche de colle considérée comme un milieu continu dont les caractéristiques (l'épaisseur notée L_g , la masse volumique notée ρ_g et le second coefficient de Lamé μ_g) sont supposées connues. A noter que la lettre « g » désigne « glue » qui signifie « colle » en français.

Figure 1-2 : Géométrie de la structure tri-couche.

1-3.2 Modélisation de la couche de colle, comportement acoustique et équation de dispersion

L'étude des méthodes développées dans la littérature montre que les modèles cohésif et adhésif sont les plus aptes à modéliser la couche de colle dans les structures sandwichs. Une des techniques utilisées dans le modèle cohésif consiste à supprimer la couche de colle et à la remplacer par des ressorts, alors que dans le modèle adhésif les ressorts sont placés sur les interfaces colle/plaque. C'est le modèle cohésif qui est retenu dans ce paragraphe pour modéliser la colle.

Comme mentionné dans l'introduction, les effets d'inertie de la fine couche de colle sont négligés. Cette hypothèse suppose l'approximation d'ordre zéro de l'épaisseur L_g :

$$0 \cong L_g \rho_g \partial_{tt}^2 U_1^{(0)} \cong L_g \rho_g \partial_{tt}^2 U_2^{(0)} \cong \mu_1 \partial_{z_1} U_1^{(0)}(x, z_1 = Z_1) - \mu_2 \partial_{z_2} U_2^{(0)}(x, z_2 = Z_2), \quad (1-32)$$

qui implique que le tenseur des contraintes dans la couche de colle est uniforme, et en négligeant les autres effets (dissipation, relaxation, ...) le comportement acoustique de la couche de colle peut être exprimé par un modèle classique de ressort de constante de raideur (μ_g/L_g) ,

$$\partial_{z_q} \hat{U}_q^{(0)} = \frac{\mu_g/L_g}{\mu_q} \left[\hat{U}_{s \neq q}^{(0)}(x', L_s/2) - \hat{U}_q^{(0)}(x', L_q/2) \right]. \quad (1-33)$$

Les expressions de $\hat{U}_{s \neq q}^{(0)}(x', L_s/2)$, $\hat{U}_q^{(0)}(x', L_q/2)$ et $\partial_{z_q} \hat{U}_q^{(0)}$ sont déterminées respectivement en utilisant les équations (1-24) et (1-25). L'équation (1-32) devient :

$$\begin{aligned} & \frac{\mu_g}{L_g} \left[A_2^{(0)} 2e^{ik_{z_2}^{(0)} L_2/2} \cos(k_{z_2}^{(0)} L_2) - A_1^{(0)} 2e^{ik_{z_1}^{(0)} L_1/2} \cos(k_{z_1}^{(0)} L_1) \right] = \\ & -A_1^{(0)} \left(2\mu_1 k_{z_1}^{(0)} \right) e^{ik_{z_1}^{(0)} L_1/2} \sin(k_{z_1}^{(0)} L_1) = A_2^{(0)} \left(2\mu_2 k_{z_2}^{(0)} \right) e^{ik_{z_2}^{(0)} L_2/2} \sin(k_{z_2}^{(0)} L_2) \end{aligned} \quad (1-34)$$

L'écriture sous forme matricielle de l'équation précédente est donnée par :

$$\begin{bmatrix} e^{ik_{z_1}^{(0)} L_1/2} \left[\cos(k_{z_1}^{(0)} L_1) - \frac{\mu_1 k_{z_1}^{(0)}}{\mu_g/L_g} \sin(k_{z_1}^{(0)} L_1) \right] & -e^{ik_{z_2}^{(0)} L_2/2} \cos(k_{z_2}^{(0)} L_2) \\ -e^{ik_{z_1}^{(0)} L_1/2} \cos(k_{z_1}^{(0)} L_1) & e^{ik_{z_2}^{(0)} L_2/2} \left[\cos(k_{z_2}^{(0)} L_2) - \frac{\mu_2 k_{z_2}^{(0)}}{\mu_g/L_g} \sin(k_{z_2}^{(0)} L_2) \right] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_1^{(0)} \\ A_2^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (1-35)$$

En annulant le déterminant de la matrice [équation (1-35)] l'équation suivante est obtenue :

$$\begin{aligned} & \mu_2 k_{z_2}^{(0)} \sin(k_{z_2}^{(0)} L_2) \cos(k_{z_1}^{(0)} L_1) + \mu_1 k_{z_1}^{(0)} \sin(k_{z_1}^{(0)} L_1) \cos(k_{z_2}^{(0)} L_2) \\ & - \frac{\mu_2 k_{z_2}^{(0)} \mu_1 k_{z_1}^{(0)}}{\mu_g/L_g} \sin(k_{z_1}^{(0)} L_1) \sin(k_{z_2}^{(0)} L_2) = 0, \end{aligned}$$

ou encore sous la forme suivante :

$$\frac{L_1}{\mu_1} \frac{\cotan(k_{z_1}^{(0)} L_1)}{(k_{z_1}^{(0)} L_1)} + \frac{L_2}{\mu_2} \frac{\cotan(k_{z_2}^{(0)} L_2)}{(k_{z_2}^{(0)} L_2)} - \frac{L_g}{\mu_g} = 0, \quad (1-36)$$

qui représente l'équation de dispersion de la structure tri-couche. Notons que lorsque l'épaisseur L_g de la couche de colle est nulle l'équation (1-36) devient identique à l'équation (1-29) qui représente la relation de dispersion de la structure bi-couche.

1-4 Résultats et discussion

1-4.1 Plaque seule, deux plaques collées sans couche de colle (bicouche)

Les résultats correspondant aux deux plaques (aluminium et plexiglas) étudiées séparément et ceux correspondant à la structure bi-couche aluminium/plexiglas sont présentés dans cette sous-section. Les paramètres physiques et géométriques des plaques à savoir le second coefficient de Lamé μ_q , la vitesse transversale des ondes c_{T_q} , la masse volumique ρ_q et l'épaisseur des plaques L_q pour aluminium ($q=1$) et plexiglas ($q=2$) sont donnés dans le tableau 1-1.

	$q=1$	$q=2$
μ_q (GPa)	26,003	2,4110
ρ_q (kg.m ³)	2705,8	1180
c_{T_q} (m.s ⁻¹)	3100	1429,4
L_q (mm)	2	0,5 et 1

Tableau 1-1 : Paramètres physiques et géométriques des plaques, aluminium $q=1$, plexiglass $q=2$.

Les courbes de dispersion des plaques d'aluminium et de plexiglas représentées séparément [équation (1-31)] sont données sur les figures 1-3a et 1-3b. En abscisse est représenté le produit de la fréquence par l'épaisseur de la plaque d'aluminium et en ordonnée le produit du nombre d'onde suivant x par l'épaisseur de la même plaque. La vitesse des ondes transversales dans le plexiglas (1429,4 m.s⁻¹) étant inférieure à celle des ondes transversales dans l'aluminium (3100 m.s⁻¹) les courbes de dispersion dans le plexiglas sont au-dessus de celles dans l'aluminium comme observé sur ces figures. L'influence de l'épaisseur des plaques dans la génération des modes est aussi observé ; en effet, lorsque l'épaisseur de la plaque de plexiglas passe de 0,5 mm à 1 mm le nombre de modes SH dans le plexiglas passe de 4 à 7. Le couplage entre les modes SH générés dans chaque plaque est mis en évidence dans les figures 1-4a et 1-4b qui représentent les courbes de dispersion [équation (1-29)] de la structure bi-couche. Il est par exemple possible de constater le couplage des trois premiers modes dans la plaque d'aluminium avec le second, le troisième et le quatrième respectivement dans la plaque de plexiglas.

(a)

(b)

Figure 1-3 : Courbes de dispersion pour chaque plaque séparément,
 $L_2(\text{plexiglas}) = 0,5 \text{ mm}$ (a), $L_2(\text{plexiglas}) = 1 \text{ mm}$ (b).

(a)

(b)

Figure 1-4 : Courbes de dispersion de la structure bicouche,
 L_1 (aluminium) = 2mm et L_2 (plexiglas) = 0,5 mm (a), L_2 (plexiglas) = 1 mm (b).

Les parties réelles des champs de déplacement et de contraintes de la structure bi-couche [équations (1-24) et (1-25)] présentées sur les cartographies (figures 1-5.a et 1-5.b) sont obtenues en choisissant le point de fonctionnement de coordonnées $f.L_1 = 3,6 \text{ MHz mm}$ et $k_x L_1 = 4,011258$ (point marqué "3" sur la figure 1-4.a) correspondant au couplage entre le

mode SH_1 dans le plexiglas avec le mode SH_2 dans l'aluminium, mais au mode SH_3 dans la structure bi-couche. Comme attendu les ondes SH sont stationnaires dans les deux plaques suivant la direction z (épaisseur des plaques). Les continuités des champs de déplacements et de contraintes à l'interface de la bicouche [équations (1-26) et (1-27)] apparaissent clairement dans les coupes (figures 1-6.a et 1-6.b).

Ondes propagatives dans les deux plaques

(a)

(b)

Figure 1-5 : Partie réelle des champs de déplacements (a) et de contraintes (b) des ondes SH dans la structure bicouche, L_1 (aluminium) = 2mm, L_2 (plexiglas) = 0,5 mm, $f.L_1 = 3,6\text{MHz.mm}$, $k_x L_1 = 4,011258$.

(a)

(b)

Figure 1-6 : Coupes des amplitudes de la partie réelle des champs de déplacements (a) et des champs de contraintes adimensionnées (b) des ondes SH dans la structure bicouche, L_1 (aluminium) = 2mm, L_2 (plexiglas) = 0,5 mm, $f.L_1 = 3,6\text{MHz.mm}$, $k_x L_1 = 4,011258$.

Les figures 1-7.a et 1-7.b représentant respectivement les parties réelles des champs de déplacement et contraintes correspondent au point de fonctionnement de coordonnées $f.L_1 = 6\text{ MHzmm}$ et $k_x L_1 = 18,9132$ (point marqué "1" sur la figure 1.4-a) pour lequel le couplage entre le mode SH_1 dans le plexiglas avec le mode SH_0 dans l'aluminium est observé. Ce point de fonctionnement correspond au mode SH_1 dans la bicouche. Contrairement aux figures 1-5.a et 1-5.b, les ondes SH sont évanescentes dans l'aluminium suivant la direction z , ce qui était prévisible car la valeur de k_z [équation (1-21)] pour la plaque d'aluminium est imaginaire pure pour le point de fonctionnement choisi. Les continuités des champs de déplacements et de contraintes à l'interface de la structure bi-couche sont observées dans les coupes (figures 1-8.a et 1-8.b).

Ondes évanescentes dans l'aluminium et propagatives dans le plexiglas

(a)

(b)

Figure 1-7 : Partie réelle des champs de déplacements (a) et de contraintes adimensionnées (b) des ondes SH dans la structure bicouche, L_1 (aluminium) = 2mm,

L_2 (plexiglas) = 0,5 mm, $f.L_1 = 6 \text{ MHz.mm}$, $k_x L_1 = 18,9132$.

(a)

(b)

Figure 1-8 : Coupes des amplitudes de la partie réelle des champs de déplacements (a) et des champs de contraintes adimensionnées (b) des ondes SH dans la structure bicouche, L_1 (aluminium) = 2mm, L_2 (plexiglas) = 0,5 mm, $f.L_1 = 6\text{MHz.mm}$, $k_x L_1 = 18,9132$.

1-4.2 Plaques collées avec une fine couche de colle : tri-couche

Dans le paragraphe précédent (1-4.1) le contact entre les plaques d'aluminium et de plexiglas est supposée parfait. Dans cette sous-section le contact entre les plaques est assuré à l'aide d'une fine couche de colle dont les paramètres physiques (second coefficient de Lamé μ_g , masse volumique ρ_g et vitesse des ondes transversales c_{T_g}) et géométriques (épaisseur de la couche de colle L_g) sont donnés dans le tableau suivant.

	$q = g$
μ_g (GPa)	1
ρ_g (kg.m ³)	1300
c_{T_g} (m.s ⁻¹)	877
L_g (mm)	0,08 et 0,02

Tableau 1-2 : Paramètres physiques et géométriques de la colle, "g" désigne glue.

Les courbes de dispersion de la structure aluminium / colle / plexiglas [équation (1-36)] pour différentes épaisseurs de la couche de colle sont présentées sur les figures 1-9.a et 1-9.b. Elles mettent en évidence les couplages entre les modes SH dans chaque plaque à travers la couche de colle et dépendent fortement de l'épaisseur des plaques et de la couche de colle.

(a)

(b)

Figure 1-9 : Courbes de dispersion de la structure tri-couche,
 $L_1 = 2 \text{ mm}$, $L_2 = 0,5 \text{ mm}$, $L_g = 0,08 \text{ mm}$ (a) et $L_g = 0,2 \text{ mm}$ (b).

Les figures 1-10.a et 1-10.b représentent respectivement les cartographies des parties réelles des champs de déplacement et de contraintes dans la tri-couche lorsque l'épaisseur de la couche de colle est très faible devant les épaisseurs des plaques. Le point de fonctionnement de coordonnées $f.L_1 = 7,460 \text{ MHz mm}$ et $k_x L_1 = 11,737$ (point marqué "6" sur la figure 1-9.a) correspondant au couplage entre le mode SH_2 dans le plexiglas avec le mode SH_3 dans l'aluminium est choisi pour représenter ces différents champs. Ce point de fonctionnement

correspondant mode SH_6 dans la structure tri-couche. Les champs de déplacements et de contraintes linéaires et uniformes ne sont pas représentés sur ces figures. Comme prévu les ondes SH sont stationnaires dans la direction z dans chaque plaque. Le saut des déplacements et la continuité des champs de contraintes [équation (1-33)] à travers les interfaces de la colle apparaissent clairement sur les coupes (figures 1-11.a et 1-11.b).

(a)

(b)

Figure 1-10 : Partie réelle des champs de déplacements (a) et de contraintes (b) des ondes SH dans la structure tri-couche, L_1 (aluminium) = 2mm, L_g = 0,08 mm,

$$L_2 \text{ (plexiglas)} = 0,5 \text{ mm, } f.L_1 = 7,460 \text{ MHz.mm, } k_x L_1 = 11,737.$$

(a)

(b)

Figure 1-11 : Coupes des amplitudes de la partie réelle des champs de déplacements (a) et de contraintes (b) des ondes SH dans la structure tri-couche : L_1 (aluminium) = 2mm, $L_g = 0,08$ mm, L_2 (plexiglas) = 0,5 mm, $f.L_1 = 7,460$ MHz.mm, et $k_x L_1 = 11,737$.

Les cartographies des parties réelles des champs de déplacements et de contraintes correspondant au point de fonctionnement de coordonnées $f.L_1 = 7,460$ MHz.mm et $k_x L_1 = 32,471$ (point marqué "0" sur la figure 1-9.a) sont présentées sur les figures 1-12.a et 1-12.b. Le point de fonctionnement choisi correspond au couplage entre le mode SH_0 dans le plexiglas avec le mode SH_0 dans l'aluminium, mais correspond au mode SH_0 dans la structure tri-couche. En effectuant le calcul de k_z [équation (1-21)] pour la plaque d'aluminium le résultat est un imaginaire pure ce qui explique le fait que les ondes SH sont évanescentes suivant la direction z dans l'aluminium. La démonstration est la même pour la stationnarité des ondes SH suivant la direction z dans le plexiglas. Les figures 1-13.a et 1-13.b font apparaître le saut des déplacements et la continuité des champs de contraintes [équation (1-33)] à travers les interfaces de la couche de colle.

(a)

(b)

Figure 1-12 : Partie réelle des champs de déplacements (a) et de contraintes (b) des ondes SH dans la structure tri-couche, L_1 (aluminium) = 2 mm, $L_g = 0,08$ mm, L_2 (plexiglas) = 0,5 mm, $f.L_1 = 7,460$ MHz.mm, et $k_x L_1 = 32,471$.

(a)

(b)

Figure 1-13 : Coupes des amplitudes de la partie réelle des champs de déplacements (a) et de contraintes (b) des ondes SH dans la structure tri-couche, L_1 (aluminium) = 2 mm, $L_g = 0,08$ mm, L_2 (plexiglas) = 0,5 mm, $f.L_1 = 7,460$ MHz.mm, et $k_x L_1 = 32,471$.

Les figures 1-14.a et 1-14.b représentent respectivement les cartographies des champs de contraintes et de déplacement en fonction des coordonnées x et z , pour le mode SH7 de coordonnées $f.L_1 = 7,460$ MHz.mm et $k_x L_1 = 8,297$ (point marqué "7" sur la figure 1-9.a). Les figures 1-15.a et 1-15.b font apparaître le saut des déplacements et la continuité des champs de contraintes [équation (1-33)] à travers les interfaces de la couche de colle.

(a)

(b)

Figure 1-14 : Partie réelle des champs de déplacements (a) et de contraintes (b) des ondes SH dans la structure tri-couche : L_1 (aluminium) = 2 mm, L_g = 0,08 mm, L_2 (plexi) = 0,5 mm, $f.L_1$ = 7,460 MHz.mm, et $k_x L_1$ = 8,297.

(a)

(b)

Figure 1-15 : Coupes des amplitudes de la partie réelle des champs de déplacements (a) et de contraintes (b) des ondes SH dans la structure tri-couche : L_1 (aluminium) = 2mm, $L_g = 0,08$ mm, L_2 (plexiglas) = 0,5 mm, $f.L_1 = 7,460$ MHz.mm, et $k_x L_1 = 8,297$.

1-5 Conclusion

Les deux cas de figure (structures bicouche et tri-couche) retenus dans ce chapitre ont permis de modéliser la propagation d'ondes SH dans des structures collées, homogènes et isotropes à interfaces lisses. Les équations de continuité des champs de déplacements et de contraintes à l'interface de la structure bicouche ont abouti à la relation de dispersion dans cette structure, l'application des conditions aux frontières a conduit à la relation de dispersion dans la structure tri-couche. Les cartographies des champs de déplacements et de contraintes correspondants à différents points de fonctionnement sur les courbes de dispersion sont représentées dans les deux structures. Enfin, les coupes des amplitudes réelles de ces champs ont permis d'observer les continuités des champs de déplacements et de contraintes à l'interface de la structure bicouche, les sauts des champs de déplacements et les continuités des champs de contraintes aux interfaces entre les plaques et la couche de colle (structure tri-couche).

CHAPITRE 2

ONDES ACOUSTIQUES SE PROPAGEANT LE LONG DE DEUX PLAQUES SOLIDES, ISOTROPES ET COLLEES, EFFETS DES INTERFACES RUGUEUSES

1. INTRODUCTION

Le but de ce chapitre est de fournir un modèle analytique pour ondes SH se propageant le long de deux plaques isotropes collées à l'aide d'une fine couche de colle, chacune ayant les mêmes dimensions latérales mais d'épaisseurs et de propriétés des matériaux différents, les surfaces collées étant rendues rugueuses. La base de l'approche théorique repose sur la formulation intégrale, développée précédemment [17, 20] pour la propagation des ondes SH sur une plaque seule avec une surface rugueuse. Cette approche suppose que la profondeur moyenne de la rugosité est beaucoup plus petite que les épaisseurs des guides d'ondes (plaques).

C'est l'objet de ce chapitre que d'étudier l'effet de la rugosité sur les modes SH qui prennent place dans les guides d'ondes couplés. Le comportement du champ acoustique (ondes de cisaillement horizontal) perturbé par la rugosité est présenté principalement en termes de couplages modaux à l'intérieur de chaque plaque et entre les plaques à travers la couche de colle. La modification des caractéristiques des champs créés par une source harmonique placée à l'entrée de la structure, due à la rugosité, sont exprimés par les cartographies des perturbations des champs de déplacements et des contraintes, et des essais préliminaires de l'efficacité du modèle, qui s'appuient sur les effets d'accord de phase correspondant à des profils périodiques et pseudo-aléatoires, sont finalement présentés.

2-1.1 La structure multicouche (tri-couche)

La structure considérée dans ce qui suit est la même que celle du chapitre précédent (chapitre 1, paragraphe 1.2) à ceci près que, les interfaces entre la couche de colle et les deux plaques sont rendues rugueuses (stries parallèles à l'axe y). La structure est supposée infinie dans la direction y , placée dans le vide, et délimitée par deux surfaces planes parallèles perpendiculaires à la direction z . Une onde SH, à polarisation parallèle aux stries (et à l'axe des y), est perturbée par ces stries au cours de sa propagation le long de l'axe x parallèle aux surfaces extérieures de la structure.

Figure 2-1 : Structure 2D du multicouche avec des surfaces supérieure et inférieure lisses et avec des interfaces rugueuses entre chaque plaque et la fine couche de colle.

Dans le système de coordonnées (x_q, z_q) dans chaque plaque $q=1,2$ introduit au chapitre 1 (paragraphe 2.1.1), chaque axe z_q vertical (ayant son origine o_q au milieu de la plaque et étant orienté vers la surface rugueuse de la plaque considérée (Figure 2-1)) , les coordonnées des surfaces rugueuses (qui dépendent de la coordonnée x) sont données respectivement par $z_q = Z_q(x)$. En désignant par $h_q(x) > 0$ la profondeur de rugosité, les coordonnées des surfaces rugueuses peuvent être écrites : $Z_q(x) = L_q / 2 - h_q(x)$. Les formes de ces surfaces rugueuses sont définies par leurs vecteurs unitaires \vec{n}_q normaux aux surfaces des plaques, orientés sortant de la plaque considérée :

$$\vec{n}_q = N_q^{-1} \left[\left(\partial_x h_q \right) \vec{e}_{x_q} + \vec{e}_{z_q} \right] = N_q^{-1} \left[\left(\partial_x h_q \right) \vec{e}_x + (-1)^{q+1} \vec{e}_z \right], \quad (2-1.a)$$

avec $N_q = \sqrt{1 + (\partial_x h_q)^2}$, $\vec{e}_{x_q} = (-1)^{q+1} \vec{e}_x$ et $\vec{e}_{z_q} = (-1)^{q+1} \vec{e}_z$ désignant les vecteurs unitaires de orientés suivant les coordonnées x_q et z_q respectivement.

Des plaques intérieures d'épaisseurs $d_q > 0$ avec des surfaces de forme régulière sont définies de telle sorte que les ondulations sont piégées entre les surfaces $z_q = L_q / 2$ et $z_q \cong d_q / 2$ ($h_q \ll d_q$). En notant $L_g > 0$ l'épaisseur de la couche de colle entre les plans fictifs $z_q = L_q / 2$, la somme :

$$l_g(x) = L_g + h_1(x) + h_2(x) = L_g + \left[(L_2 / 2) - Z_2(x) \right] + \left[(L_1 / 2) - Z_1(x) \right], \quad (2-1.b)$$

représente l'épaisseur de la couche de colle (qui dépend de la coordonnée x). À noter que chaque couche est caractérisée par sa densité et son second coefficient de Lamé, notés respectivement ρ_q et μ_q pour les plaques et ρ_g et μ_g pour la couche de colle.

2-2 Le modèle analytique

2-2.1 Les équations fondamentales

Une onde SH harmonique [avec un facteur temps $\exp(i\omega t)$], provenant de l'extrémité gauche de la structure (Figure 2.1), est caractérisée par son amplitude en fonction de la coordonnée z à l'entrée $x=0$ de la plaque rugueuse (domaines D_q , $x \in (0, \infty)$, $z_q \in (-L_q/2, Z_q)$). Les champs de déplacement (cisaillement) dans chaque plaque ($q=1,2$), supposés être polarisés le long de l'axe des y (le long des stries), sont désignés par :

$$\vec{u}_q(x, z_q; t) = \hat{U}_q(x, z_q) \exp(i\omega t) \vec{e}_y, \quad (2-2)$$

où \vec{e}_y ($\vec{e}_y = \vec{e}_{y_1} = \vec{e}_{y_2}$) représente le vecteur unitaire orienté suivant la coordonnée y et où $\hat{U}_q(x, z_q)$ représente la composante y de l'amplitude complexe du champ de déplacement. Leurs comportements sont régis par le système d'équations, incluant l'équation de propagation et les conditions aux limites, qui prend la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\partial_{xx}^2 + \partial_{z_q z_q}^2 + k_q^2 \right) \hat{U}_q(x, z_q) = -\hat{f}(z_q) \delta(x), \quad [x, z_q] \in D_q, \end{array} \right. \quad (2-3.a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{\overline{T}}_q(x, z_q) \cdot \vec{n}_q = \vec{0}, \quad \forall x \in (0, \infty), \quad z_q = -L_q/2, \end{array} \right. \quad (2-3.b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{\overline{T}}_q(x, z_q) \cdot \vec{n}_q = \overline{\overline{T}}_g(x, z_q) \cdot \vec{n}_q \\ \hat{U}_q(x, z_q) = \hat{U}_g(x, z_q) \end{array} \right\}, \quad x \in (0, \infty), \quad z_q = Z_q(x), \quad (2-3.c-d)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{pas d'onde retour,} \end{array} \right. \quad (2-3.e)$$

où $k_q = \omega/c_q$, $c_q = \sqrt{\mu_q/\rho_q}$ représentant la vitesse des ondes de cisaillement dans la plaque homogène, $\hat{f}(z_q)$ l'intensité de la source à $x=0$ [$\delta(x)$ désigne la fonction de Dirac], et où $\overline{\overline{T}}_q(x, z)$ et $\overline{\overline{T}}_g(x, z)$ représentent les tenseurs de contrainte respectivement dans les plaques et dans la colle. Les conditions aux limites (2-3.b-c) sur les surfaces rugueuses impliquent l'expression suivante :

$$\overline{\overline{T}}_q(x, z_q) \cdot \vec{n}_q = N_q^{-1} \left[T_{yx}(x, z_q) (\partial_x h_q) + (-1)^{q+1} T_{yz}(x, z_q) \right] \vec{e}_y. \quad (2-4)$$

Compte tenu de la loi de Hooke et de la polarisation des ondes SH le long de l'axe y , ces expressions peuvent être écrites comme suit :

$$\overline{\overline{T}}_q(x, z_q) \cdot \vec{n}_q = \mu_q \partial_{n_q} \hat{U}_q(x, z_q) \vec{e}_y, \quad (2-5)$$

où

$$\partial_{n_q} = \vec{n}_q \cdot \vec{\nabla} = N_q^{-1} \left[\left(\partial_{x_q} h_q \right) \partial_{x_q} + \partial_{z_q} \right] = N_q^{-1} \left[\left(\partial_x h_q \right) \partial_x + (-1)^{q+1} \partial_z \right], \quad (2-6)$$

est la dérivée normale par rapport à la normale \vec{n}_q sortante de la plaque. A noter que lorsque la pente de la rugosité tend vers l'infini, l'expression (2-6) reste finie. Les expressions équivalentes pour les paramètres impliquant l'indice "g" de la colle impliquent les mêmes définitions et les mêmes propriétés. Pour exprimer le comportement de la colle, on suppose que l'épaisseur de la couche de colle $l_g(x)$ est très mince (mais elle ne s'annule pas) : elle reste beaucoup plus petite que l'inverse de la composante z du nombre d'onde k_{z_q} . Ainsi, en négligeant les effets d'inertie de cette fine couche de colle, c'est-à-dire en admettant l'approximation à l'ordre zéro de l'épaisseur l_g à savoir :

$$0 \cong \ell_g \rho_g \partial_{tt}^2 U_1 \cong \ell_g \rho_g \partial_{tt}^2 U_2 \cong \mu_1 \partial_{n_1} U_1(x, z_1 = Z_1) - \mu_2 \partial_{n_2} U_2(x, z_2 = Z_2), \quad (2-7.a)$$

ce qui implique que le tenseur des contraintes est uniforme sur la couche de colle, et en négligeant d'autres effets (dissipation, détente, ...), le comportement de cette couche de colle peut être exprimé par un modèle de ressort classique (modèle de Jones) de constante de raideur (μ_g / ℓ_g) :

$$\mu_q \partial_{n_q} \hat{U}_q = -\mu_{s \neq q} \partial_{n_{s \neq q}} \hat{U}_{s \neq q} = \frac{\mu_g}{\ell_g} \left[\hat{U}_{s \neq q}(x', Z_s) - \hat{U}_q(x', Z_q) \right]. \quad (2-7.b)$$

2-3 Formulation intégrale

2-3.1 Modes orthonormés et fonctions de Green pour chaque plaque

La solution des équations (2.3) est exprimée (sous forme de formulation intégrale, voir le paragraphe suivant) dans le cadre du développement d'un nombre fini de modes SH, en utilisant un ensemble de fonctions unidimensionnelles, orthogonales, normalisées et notées $\psi_{q_m}(z_q)$ avec $(m=0,1,2,...M_{\max})$ à une fréquence donnée, pour chaque guide d'ondes bidimensionnel délimité par les surfaces planes parallèles à la cote $z_q = \pm L_q / 2$. Le champ de déplacement incident $U_{q_i}^{(0)}(x, z)$, supposé dans la suite être le mode SH noté "I" à une fréquence donnée (défini au paragraphe 1-2.2, équation 1.24) est diffusé sur les surfaces rugueuses et crée de la sorte les modes SH d'amplitude $U_{q_M}^{(0)}(x, z)$ qui peuvent exister (ici dans le cadre de l'approximation de Born). Cet ensemble de modes, présentés dans le chapitre précédent, ne satisfont pas les conditions d'orthogonalité standard. Afin d'exprimer le champ perturbé sous forme d'un développement impliquant ce nombre fini de modes SH, un ensemble de fonctions orthonormées est construit faisant usage du processus de Gram-Schmidt [41]. Cette méthode d'ortho-normalisation des modes couvrant tous les champs de déplacements possibles, prend la forme suivante :

$$\psi_{q_m}(z_q) = \psi_{q_m}^\perp(z_q) / \langle \psi_{q_m}^\perp | \psi_{q_m}^\perp \rangle^{1/2}, \quad (2-8.a)$$

$$\text{où} \quad \psi_{q_m}^\perp(z_q) = \varphi_{q_m}(z_q) - \sum_{j=0}^{m-1} \langle \varphi_{q_m} | \psi_{q_j} \rangle \psi_{q_j}(z_q), \quad (2-8.b)$$

et

$$\varphi_{q_m}(z_q) = U_{q_m}^{(0)}(x_q, z_q) / \left[2A_q^{(0)} \exp\left(ik_{z_{qM}}^{(0)} L_q/2\right) \exp\left(-ik_{x_M}^{(0)} x\right) \right] = \cos\left[k_{z_{qM}}^{(0)} (z_q + L_q/2)\right], \quad (2-8.c)$$

$$\text{avec} \quad \psi_{q_0}(z_q) = \varphi_{q_0}(z_q) / \langle \varphi_{q_0} | \varphi_{q_0} \rangle^{1/2}, \quad (2-8.d)$$

la notation $\langle f | g \rangle = \int_{-L_q/2}^{L_q/2} f(z_q) g^*(z_q) dz_q$, désignant le produit scalaire dans l'intervalle

$z_q \in (-L_q/2, L_q/2)$. Notons que l'indice $m=0$ est choisi pour désigner le mode SH incident $M=I$, les autres modes étant obtenus séquentiellement. Les fonctions orthogonales $\psi_{q_m}(z_q)$ conformant à la condition d'orthogonalité sont normalisées à l'unité et ne dépendent pas de la coordonnée x . Notons qu'au lieu d'utiliser la méthode de calcul de Gram-Schmidt, nous avons utilisé la méthode équivalente appelée " Gram-Schmidt modifié ", afin d'éviter une perte importante de l'orthogonalité à cause d'erreurs d'arrondi [41].

La solution de l'équation (2-3), sous la forme de formulation intégrale présentée plus loin, nécessite le choix d'une fonction de Green appropriée, qui à une fréquence donnée, dans chaque plaque en l'absence de rugosité, correspond à une source ponctuelle située à une position (x', z_q') dans la plaque notée « q » qui ne dépend pas du mode SH considéré. La fonction de Green choisie satisfait les relations suivantes dans le domaine $D_{q_0} = [x \in (0, \infty), z_q \in (-L_q/2, L_q/2)]$:

$$\left[\partial_{x_q x_q}^2 + \partial_{z_q z_q}^2 + k_q^2 \right] G_q(x_q, z_q; x'_q, z'_q) = -\delta(x_q, x'_q) \delta(z_q, z'_q), \quad z_q \in (-L_q/2, L_q/2), \quad (2-9.a)$$

$$\partial_{z_q} G_q(x_q, z_q; x'_q, z'_q) = 0, \quad z_q = -L_q/2. \quad (2-9.b)$$

La fonction de Green qui obéit au système d'équations (2.9) à la forme explicite suivante :

$$G_q(x_q, z_q; x'_q, z'_q) = \frac{-i}{4} \left\{ H_0^-(k_q |\vec{r}_q - \vec{r}'_q|) + H_0^-(k_q |\vec{r}_q - \vec{r}''_q|) \right\}, \quad (2-10.a)$$

avec

$$|\vec{r}_q - \vec{r}'_q| = \sqrt{(x_q - x'_q)^2 + (z_q - z'_q)^2}, \quad |\vec{r}_q - \vec{r}''_q| = \sqrt{(x_q - x'_q)^2 + (z_q - z''_q)^2}, \quad z''_q = (z'_q + L_q), \quad (2-10.b)$$

où H_n^- représente la fonction de Hankel de première espèce d'ordre " n ".

Il est à noter que la fonction de Green cylindrique $G_q(\vec{r}_q, \vec{r}'_q)$ et sa dérivée admettent une singularité lorsque $\vec{r}_q = \vec{r}'_q$. Malgré cette singularité de l'intégrande, les intégrales ci-dessous (paragraphe 2-4.2) restent finies.

Il convient de souligner que la fonction de Green ne satisfait pas à n'importe quelle condition d'interface à la surface plane $z_q = L_q/2$ et que la condition d'interface des modes SH est appliquée sur l'interface rugueuse $z_q(x) = Z_q(x)$ noté $z_q(x') = Z'_q$ dans la suite.

2-3.2 Formulation intégrale

Du fait que la fonction de Green [équation (2-10.a)] et le champ de déplacement $\hat{U}_q(x, z_q)$ satisfont à la même condition de Neumann à la surface extérieure $(-L_q/2)$ de chaque plaque, la formulation intégrale du problème à l'intérieur des plaques (2.3-a-d) dans les domaines $D_{q_0} = [x \in (0, \infty), z_q \in (-L_q/2, L_q/2)]$ et $D_q = [x \in (0, \infty), z_q \in (-L_q/2, Z_q)]$, peut s'écrire comme suit (le terme source étant décrit par une fonction adaptée $\hat{S}_q(z_q)$ à l'entrée $x_0 = 0$ de chaque plaque) :

$$\left. \begin{aligned} (x, z_q) \in (D_q), \hat{U}_q(x, z_q) \\ (x, z_q) \in (D_{q_0} - D_q), \quad 0 \end{aligned} \right\} = \int_{-L_q/2}^{L_q/2} G_q(x_q, z_q; x_0, z'_q) \hat{S}_q(z'_q) dz'_q + \int_0^{+\infty} \left[G_q(x, z_q; x', Z'_q) \partial_{n_q} \hat{U}_q(x', Z'_q) - \hat{U}_q(x', Z'_q) \partial_{n_q} G_q(x, z_q; x', Z'_q) \right] dx'. \quad (2-11.a)$$

Il est à noter que le champ de déplacement perturbé par la diffusion sur la rugosité représente à la fois l'auto-couplage du mode incident avec lui-même et le couplage croisé entre ce mode incident et les autres modes qui peuvent exister à la fréquence considérée.

En supposant que le transfert d'énergie de la source vers la plaque "q", représenté par la première intégrale membre de droite de l'équation (2-11.a) n'est pas perturbé de manière significative par la diffusion de la rugosité (ce qui est cohérent avec le fait que les résultats expérimentaux sont normalisés par les quantités d'entrée correspondantes), l'équation (2-11.a) devient, pour les plaques non rugueuses,

$$\begin{aligned} \hat{U}_q^{(0)}(x, z_q) = & \int_{-L_q/2}^{L_q/2} G_q(x, z_q; x_0, z'_q) \hat{S}_q(z'_q) dz'_q \\ & + \int_0^{+\infty} G_q(x, z_q; x', L_q/2) \partial_{z_q} \hat{U}_q^{(0)}(x', Z'_q = L_q/2) dx', \\ & - \int_0^{+\infty} \hat{U}_q^{(0)}(x', L_q/2) \partial_{z_q} G_q(x, z_q; x', Z'_q = L_q/2) dx' \end{aligned} \quad (2-11.b)$$

et l'équation (2-11.a) peut alors s'écrire :

$$\begin{aligned}
& \left. \begin{aligned} (x, z_q) \in (D_q), \hat{U}_q(x, z_q) \\ (x, z_q) \in (D_{q_0} - D_q), \quad 0 \end{aligned} \right\} = \hat{U}_q^{(0)} \\
& + \int_0^{+\infty} \left[G_q(x, z_q; x', Z_q') \partial_{n_q'} \hat{U}_q(x', Z_q') - \hat{U}_q(x', Z_q') \partial_{n_q'} G_q(x, z_q; x', Z_q') \right] dx' \\
& - \int_0^{+\infty} \left[G_q(x, z_q; x', L_q/2) \partial_{z_q'} \hat{U}_q^{(0)}(x', Z_q' = L_q/2) - \hat{U}_q^{(0)}(x', L_q/2) \partial_{z_q'} G_q(x', z_q; x', Z_q' = L_q/2) \right] dx'
\end{aligned} \tag{2-11.c}$$

Ainsi, en admettant l'approximation de Born, le champ de déplacement perturbé peut être exprimé comme, l'onde incidente étant un mode SH unique :

$$\begin{aligned}
& \left. \begin{aligned} (x, z_q) \in (D_q), \hat{U}_{q(l)}(x, z_q) \\ (x, z_q) \in (D_{q_0} - D_q), \quad 0 \end{aligned} \right\} = \hat{U}_{q_l}^{(0)} \\
& + \int_0^{+\infty} \left\{ \delta \left[G_q(x, z_q; x', Z_q') \partial_{n_q'} \hat{U}_{q_l}^{(0)}(x', Z_q') \right] - \delta \left[\hat{U}_{q_l}^{(0)}(x', Z_q') \partial_{n_q'} G_q(x, z_q; x', Z_q') \right] \right\} dx',
\end{aligned} \tag{2-12}$$

$$\text{avec} \quad \delta \left[f_1(Z_q') \partial_{n_q'} f_2(Z_q') \right] = f_1(Z_q') \partial_{n_q'} f_2(Z_q') - f_1(L_q/2) \partial_{z_q'} f_2(z_q' = L_q/2).$$

Par conséquent, sachant que l'intégrale dans le membre de droite de l'équation (2-12) s'annule en dehors de la zone rugueuse ($x > l$) et représentant le comportement de la colle par l'équation (2-7.b), à savoir ici :

$$\partial_{n_q'} \hat{U}_{q_M}^{(0)}(x', Z_q') \cong [\mu_g / \mu_q l_g] [\hat{U}_{s \neq q_M}(x', Z_s') - \hat{U}_{q_M}^{(0)}(x', Z_q')],$$

il vient

$$\left. \begin{aligned} (x, z_q) \in (D_q), \quad \hat{U}_{q(l)}(x, z_q) \\ (x, z_q) \in (D_{q_0} - D_q), \quad 0 \end{aligned} \right\} \cong \hat{U}_{q_l}^{(0)}(x, z_q) + \{ \hat{H}_{q_l}(x, z_q) + \hat{E}_{q_l}(x, z_q) \}, \tag{2-13.a}$$

$$\text{où} \quad \hat{H}_{q_l}(x, z_q) = - \int_0^l \left\{ \delta \left[\hat{U}_{q_l}^{(0)}(x', Z_q') \partial_{n_q'} G_q(x, z_q; x', Z_q') \right] \right\} dx'. \tag{2-13.b}$$

$$\hat{E}_{q_l}(x, z_q) = - \frac{\mu_g}{\mu_q} \int_0^l \left\{ \delta \left[l_g^{-1}(x') (U_{q_l}^{(0)}(x', Z_q') - U_{s \neq q_l}^{(0)}(x', Z_s')) G_q(x, z_q; x', Z_q') \right] \right\} dx', \tag{2-13.c}$$

$$\text{la notation } \delta \left[f(l_g, Z_q; \partial_{n_q'}) \right] \text{ signifiant } \left[f(l_g, Z_q; \partial_{n_q'}) - f(l_g, L_q/2; \partial_{z_q'}) \right].$$

L'expression (2-13.b) représente les effets de diffusion due respectivement à la forme du profil et à la profondeur de la rugosité à l'interface entre la plaque "q" considérée et la couche de colle, et l'expression (2-13.c) représente la perturbation apportée au couplage entre les plaques à travers la couche de colle (due aussi au profil et à la profondeur de la rugosité) qui dépend de l'épaisseur de la couche de colle (et de la coordonnée x), les limites d'intégration $x' = 0$ et $x' = l$ dans ces expressions étant celles de l'intervalle où la rugosité ne s'annule pas. Notons qu'on peut s'attendre à des résultats relativement précis dans la mesure où les intégrandes peuvent être considérées comme des petites perturbations (la profondeur de rugosité étant supposée être à la fois plus petite que la longueur d'onde spatiale de rugosité et que l'épaisseur des plaques).

Etant données les fonctions ortho-normales présentées ci-dessus [équations (2-8)], le champ de déplacement $\hat{U}_{q(l)}(x, z_q)$ dans le domaine $(D_q \subset D_{q_0})$ est exprimé sous la forme d'un développement sur ces fonctions ortho-normales $\psi_{q_m}(z_q)$ notées dans la suite $\psi_{q_{m(l)}}(z_q)$ lorsque le champ incident est le mode noté $M = I$:

$$\hat{U}_{q(l)}(x, z_q) = \sum_{m=0}^{m_{\max}} \hat{A}_{q_{m(l)}}(x) \psi_{q_{m(l)}}(z_q), \quad (2-14.a)$$

où les coefficients $\hat{A}_{q_{m(l)}}$ sont les inconnus du problème et où $m_{\max} = M_{\max}$.

En multipliant l'équation (2-13.a) par $\psi_{q_{m(l)}}(z_q)$ et en intégrant sur z_q dans l'intervalle $z_q \in (-L_q/2, Z_q)$ il vient :

$$\begin{aligned} & \int_{-L_q/2}^{Z_q} \left[\hat{U}_{q(l)}(x, z_q) - \hat{U}_{q(l)}^{(0)}(x, z_q) \right] \psi_{q_{m(l)}}(z_q) dz_q \\ &= \left\{ \int_{-L_q/2}^{L_q/2} - \int_{Z_q}^{L_q/2} \right\} \sum_v \left[\hat{A}_{q_v(l)}(x) - \hat{A}_{q_v(l)}^{(0)}(x) \right] \psi_{q_v(l)}(z_q) \psi_{q_{m(l)}}(z_q) dz_q. \\ &= \int_{-L_q/2}^{Z_q} \left[\hat{H}_{q_l}(x, z_q) + \hat{E}_{q_l}(x, z_q) \right] \psi_{q_{m(l)}}(z_q) dz_q \end{aligned} \quad (2-14.b)$$

Par suite, ne retenant que l'approximation de Born en termes d'ordre de grandeur de la profondeur $h_q = L_q/2 - Z_q$ de la rugosité et de sa pente (les termes d'ordre supérieur négligés), puis en tenant compte des propriétés d'orthogonalité des fonctions $\psi_{q_{m(l)}}(z_q)$, la relation entre le champ incident [coefficients $\hat{A}_{q_{m(l)}}^{(0)}(x)$] et les coefficients (les inconnus du problème) est $\hat{A}_{q_{m(l)}}(x)$ prend la forme suivante :

$$\hat{A}_{q_{m(l)}}(x) - \hat{A}_{q_{m(l)}}^{(0)}(x) \cong \hat{\tilde{H}}_{q_{m(l)}}(x) + \hat{\tilde{E}}_{q_{m(l)}}(x), \quad (2-15.a)$$

où

$$\hat{A}_{q_m}^{(0)}(x) = \langle \hat{U}_{q_l}^{(0)}(x, z_q) | \psi_{q_m}(z_q) \rangle = \langle \hat{U}_{q_l}^{(0)}(x, z_q) | \psi_{q_m=0}(z_q) \rangle \delta(M, I). \quad (2-15.b)$$

$$\hat{H}_{q_m(l)}(x) = - \int_0^l \left\{ \delta \left[\hat{U}_{q_l}^{(0)}(x', z_q') \right] \left\langle \partial_{n_q'} G_q(x, z_q; x', Z_q') | \psi_{q_m}(z_q) \right\rangle \right\} dx'. \quad (2-15.c)$$

$$\hat{E}_{q_m(l)}(x) = \frac{-\mu_g}{\mu_q} \int_0^l \left\{ \delta \left[l_g^{-1} \left(\hat{U}_{q_l}^{(0)}(x', z_q') - \hat{U}_{s \neq q_l}^{(0)}(x', Z_s') \right) \left\langle G_q(x, z_q; x', Z_q') | \psi_{q_m}(z_q) \right\rangle \right] \right\} dx' \quad (2-15.d)$$

avec $\langle f_1 | f_2 \rangle$ donné par :

$$\langle f_1 | f_2 \rangle = \int_{-L_q/2}^{Z_q} f_1(z_q) f_2(z_q) dz_q \cong \int_{-L_q/2}^{L_q/2} f_1(z_q) f_2(z_q) dz_q, \quad (2-15.e)$$

les extrémités Z_q' dépendent de la coordonnée x' .

Le deuxième terme du membre de gauche de l'équation (2.15.a) représente l'effet du champ incident, le premier du membre de droite représente le couplage modal de frontière dû à la fois à la pente et la profondeur de la rugosité, le second terme du membre de droite représente la perturbation du couplage entre les plaques à travers la couche de colle (à la fois en raison du profil et de la profondeur de la rugosité) qui dépend de l'épaisseur de la couche de colle (et de la coordonnée x). A noter que lorsque l'épaisseur de la colle s'annule, la différence entre les déplacements sur les interfaces de la colle s'annule de sorte que l'expression

$$l_g^{-1} \left[\hat{U}_{q_l}^{(0)}(x', Z_q') - \hat{U}_{s \neq q_l}^{(0)}(x', Z_s') \right] = (\mu_q / \mu_g) \partial_{n_q} \hat{U}_{q_l}^{(0)}(x', Z_q'),$$

dans l'intégrande de l'expression (2.15.d) reste finie.

Enfin, dans chaque plaque "q", la perturbation du champ de déplacement due à la diffusion de l'onde incidente SH "I" sur les surfaces rugueuses est donnée par :

$$\hat{U}_{q(l)}(x, z_q) - \hat{U}_{q_l}^{(0)}(x, z_q) = \sum_{m=0}^{M_{\max}} \left[\hat{H}_{q_m(l)}(x) + \hat{E}_{q_m(l)}(x) \right] \psi_{q_m(l)}(z_q). \quad (2-16)$$

Il convient de préciser que la fonction de Green dans les intégrales des expressions (2-15.c-d) admet des singularités, mais les limites d'intégrations sont finies. Dans l'expression (2-15.d), l'intégrande tend logarithmiquement vers l'infini quand l'argument u de la fonction de Green tend vers zéro, mais l'intégrale converge. Dans l'expression (2-17.c), la fonction de Green est dérivée par rapport à x et z (dérivées d'ordre un), l'intégrande se comporte alors comme $(1/u)$ quand $u \rightarrow 0$. Par conséquent, afin d'assurer le bon comportement des calculs numériques qui sont traités à l'aide du logiciel MATLAB®, les dérivées de la fonction de Green dans les intégrandes sont supprimées en faisant usage de la propriété de réciprocité

$\partial_{x'_q} G_q = -\partial_{x_q} G_q$ et du développement de Taylor de premier ordre autour des points Z_q et $L_q/2$ [évitant l'intégration par partie donc les dérivées de la fonction orthogonale $\psi_{q_{m(l)}}(z_q)$]. Ainsi, les expressions de $\hat{\hat{H}}_{q_{m(l)}}(x)$ et $\hat{\hat{E}}_{q_{m(l)}}(x)$ utilisées dans le processus de calcul, qui impliquent seulement la fonction de Green mais pas ses dérivées, prennent les formes suivantes :

$$\begin{aligned} \hat{\hat{H}}_{q_{m(l)}}(x) = & \partial_x \int_0^l \hat{U}_{q_l}^{(0)}(x', Z_q) N_q^{-1}(x') (\partial_{x'} h_q(x')) \langle G_q(x, z_q; x', Z_q) \| \psi_{q_m}(z_q) \rangle dx' \\ & + \int_0^l \left[\hat{U}_{q_l}^{(0)}(x', L_q/2) - \frac{\hat{U}_{q_l}^{(0)}(x', Z_q)}{N_q(x')} \right] \\ & \frac{1}{h(x')} \langle G_q(x, z_q; x', z'_q = L_q/2) - G_q(x, z_q; x', z'_q = Z_q) \| \psi_{q_m}(z_q) \rangle dx'. \end{aligned} \quad (2-17.a)$$

$$\hat{\hat{E}}_{q_{m(l)}}(x) = - \int_0^l \left\{ \delta \left[\partial_{n_q} \hat{U}_{q_l}^{(0)}(x', z'_q = Z_q) \langle G_q(x, z_q; x', z'_q = Z_q) \| \psi_{q_m}(z_q) \rangle \right] \right\} dx'. \quad (2-17.b)$$

2-4 Résultats et discussion

2-4.1 Effets de la rugosité sur le comportement des ondes SH

L'approche analytique présentée ci-dessus est mise en œuvre dans la suite pour des profils de rugosité qui peuvent être typiques d'applications. Les Cartographies des ondes diffusées (perturbations des champs de déplacements et des contraintes) en fonction des coordonnées x et z sont présentées et discutées. Les paramètres physiques et géométriques des plaques et de la colle retenus sont donnés dans le tableau 2.1.

	$q = 1$	$q = 2$	$q = g$
μ_q (GPa)	26,003	2,4110	1
ρ_q (kg.m ³)	2705,8	1180	1300
c_{T_q} (m.s ⁻¹)	3100	1429,4	877
L_q (mm)	2	0,5	0,08

Tableau 2-1 : Paramètres physiques et géométriques de la plaque d'aluminium " $q = 1$ ", la plaque de plexiglas " $q = 2$ " et la colle " $q = g$ ".

2-4.2 Cartographie des perturbations des ondes diffusées, profil périodique, effets d'accord de phase

La rugosité considérée dans ce paragraphe est un profil en dents de scie périodique (triangles isocèles représentés sur la figure 1) de période spatiale $\Lambda/L_1 = 0,314$, de longueur $l = 10\Lambda$ et de profondeur $h/L_1 = 0,05$ (à savoir ici $\Lambda = 0,627$ mm, $l = 6,273$ mm, et $h = 0,1$ mm), placée symétriquement aux interfaces entre les plaques et la couche de colle à l'entrée des plaques collées.

Figure 2-1 : Dents de scie périodiques de longueur $l = 10\Lambda$, de profondeur $h/L_1 = 0,05$ et de période spatiale $\Lambda/L_1 = 0,314$.

Les « courbes de phonons », à savoir ici les paramètres $(2\pi L_1/\Lambda - k_{x_M}^{(0)} L_1)$ exprimées comme fonction de variable $(f L_1)$ sont représentées sur la figure 2.2 avec $\Lambda/L_1 = 0,314$. Les intersections des courbes de dispersion (ondes SH incidentes numérotées "I") avec celles de phonon (ondes SH rétro-propagatives numérotées « M ») conduisent à la relation $k_{x_I}^{(0)} + k_{x_M}^{(0)} = 2\pi/\Lambda$ qui représente l'accord de phase entre les ondes SH. Les points marqués représentent les accords de phase entre les modes $I = 6$ et $M = 7$, $I = 7$ et $M = 6$ pour une fréquence de travail de $f L_1 = 7,460$ MHz.mm, avec $k_{x_M} L_1 = 11,737$ et $k_{x_M} L_1 = 8,297$ respectivement, et entre $I = 4$ et $M = 1$ pour une fréquence de travail $f L_1 = 4,560$ MHz.mm, avec $k_{x_M} L_1 = 6,639$.

Figure 2-2 : Courbes de dispersion (lignes rouges) et courbes de phonon (lignes bleues) avec $\Lambda/L_1 = 0,314$ (les points représentent les accords de phase entre les modes SH).

Les perturbations (dues à la diffusion sur les surfaces rugueuses) des ondes SH considérées ($I=0$, $I=5$, $I=6$ et $I=7$) sont représentées sur les figures 2-3 à 2-6. Ces cartographies représentent les parties réelles des perturbations des champs de déplacement [équations (2-16) et (2-17.a-b)] et celles des champs de contraintes correspondantes des ondes SH en fonction des coordonnées x et z .

Les figures (2-3.a-b) représentent les cartographies des perturbations des champs de déplacement (figure 3.a) et des champs de contraintes (figure 2-3.b) du mode incident SH6 ($I=6$) créés par diffusion sur les surfaces rugueuses pour $fL_1 = 7,460$ MHz.mm et $k_{x_6}^{(0)}L_1 = 11,737$ (point $I=6$ sur la figure 2-2). Pour une meilleure visibilité sur la figure 2-3.b, le contraste des couleurs dans la plaque de plexiglas (plaque 2) a été amélioré en multipliant l'amplitude par cinq (voir l'échelle de gauche pour la plaque d'aluminium et l'échelle de droite pour la plaque de plexiglas). Un accord de phase est assuré entre le mode SH6 incident et le mode SH7, pour la période de rugosité considérée. La structure spatiale du mode SH7 (figures 1-15 du chapitre précédent) apparaît clairement dans la plaque d'aluminium (plaque 1) le long de l'axe des x , tandis que la structure spatiale du mode incident SH6 (figures 1-10 du chapitre précédent) apparaît clairement dans la même plaque le long de l'axe z et dans la plaque de plexiglas le long de l'axe x (les deux modes présentent la même structure dans la plaque de plexiglas le long de l'axe z).

Ces observations soulignent le rôle joué par l'accord de phase entre ces deux modes $I=6$ et $M=7$, l'amplitude de la perturbation des autres modes étant clairement négligeable. Ces résultats montrent que, malgré la complexité des effets de couplage à travers la couche de colle rugueuse, les structures des perturbations des champs de déplacement et de contraintes dépendent fortement de la nature de l'onde SH incidente et de l'accord de phase qui impliquent à la fois un autre mode SH et la période spatiale de la rugosité. Notons que les amplitudes des ondes perturbées sont au moins cinq fois inférieures aux amplitudes des ondes incidentes correspondantes et que, comme prévu, la perturbation du champ ne se propage pas de manière significative au-delà de la rugosité $x > l$ (la perturbation étant rétro-propagative ici). Les résultats présentés ci-dessous confirment ceux mentionnés ici (d'autres résultats non présentés ici montrent les mêmes comportements).

(a)

(b)

Figure 2-3 : Cartographie des parties réelles des perturbations des champs de déplacements de l'onde incidente SH $I = 6$ (a) et des perturbations des champs des contraintes (b), pour $fL_1 = 7,460$ MHz.mm et $k_{x_6}^{(0)}L_1 = 11,737$ (le point $I = 6$ et $M = 7$ sur la figure 2-2).

Les figures (2-4.ab) représentent respectivement la cartographie des parties réelles des perturbations des champs de déplacement et de contraintes du mode incident $I = 7$ dues à la diffusion sur rugosité pour $fL_1 = 7,460$ MHz.mm et $k_{x_7}^{(0)}L_1 = 8,297$ (le point $I = 7$ $M = 6$ sur la figure 2-2). Pour une meilleure visibilité dans la figure (2-4.b), le contraste de couleur dans la plaque d'aluminium (plaque 1) a été renforcé en multipliant l'amplitude par quatre (voir l'échelle de gauche pour la plaque d'aluminium et celle de droite pour la plaque de plexiglas). Les résultats montrent que les comportements sont analogues à ceux présentés dans les figures 2-3. Plus particulièrement, la perturbation présente la structure spatiale des deux modes

incidents $I=7$ et du mode couplé $M=6$, soulignant une fois de plus le rôle joué par l'accord de phase entre les deux modes SH6 et SH7.

(a)

(b)

Figure 2-4 : Cartographie des parties réelles des perturbations des champs de déplacements de l'onde incidente SH $I=7$ (a) et des perturbations des champs des contraintes (b), pour $fL_1 = 7,460 \text{ MHz.mm}$ et $k_{x_7}^{(0)}L_1 = 8,297$ (le point $I=7$ et $M=6$ sur la figure 2-2).

Les figures (2-5.ab) représentent respectivement la cartographie des parties réelles des perturbations des champs de déplacement et des champs de contraintes du mode incident $I=0$ en raison de la diffusion de la rugosité pour $fL_1 = 7,460 \text{ MHz.mm}$ et $k_{x_0}^{(0)}L_1 = 32,471$ (le point $M=0$ sur la figure 2-2). Pour une meilleure visibilité dans la figure (2-5.a), le contraste de couleur dans la plaque d'aluminium (plaque 1) a été renforcé en multipliant par

dix l'amplitude (voir l'échelle de gauche pour la plaque d'aluminium et l'échelle de droite pour la plaque de plexiglas). Comme prévu, la périodicité spatiale le long de l'axe x de l'onde incidente $I = 0$ (figures 1-12, chapitre 1) apparaît dans la plaque de plexiglas (ce mode est évanescent dans la plaque d'aluminium). Une très faible perturbation contre-propagative dans la plaque d'aluminium se produit (son amplitude augmente vers l'entrée) alors qu'une très faible perturbation créée le long de la rugosité dans la plaque de plexiglas se propage vers l'avant.

(a)

(b)

Figure 2.5 : Cartographie des parties réelles des perturbations des champs de déplacements de l'onde de l'incidente onde SH $I = 0$ (a) et des perturbations des champs des contraintes (b), pour $f L_1 = 7,460 \text{ MHz.mm}$ et $k_{x_0}^{(0)} L_1 = 32,471$.

Les figures (2-6.ab) présentent les cartographies des parties réelles des perturbations des champs de déplacement (2-6.a) et des champs de contraintes (2-6.b) de l'onde SH incidente

$I=5$ créé par la diffusion sur les surfaces rugueuses pour $fL_1=7,460$ MHz.mm et $k_{x_5}^{(0)}L_1=13,672$. Pour une meilleure visibilité dans la figure (2-6.b), le contraste de couleur dans la plaque de plexiglas (plaque 2) a été amélioré en multipliant l'amplitude par deux (voir l'échelle de gauche pour la plaque d'aluminium et l'échelle de droite pour la plaque de plexiglas). Comme prévu, les périodicités spatiales de l'onde incidente $I=5$ apparaissent clairement dans la plaque d'aluminium tandis que le champ de perturbation entraîne un effet important de plusieurs modes ou de tous les modes (à cette fréquence, le mode incident $I=5$ n'est pas en accord de phase avec les autres modes SH).

(a)

(b)

Figure 2-6 : Cartographie des parties réelles des perturbations des champs de déplacements de l'onde de l'incidente onde SH $I=5$ (a) et des perturbations des champs des contraintes (b), pour $fL_1=7,460$ MHz.mm et $k_{x_5}^{(0)}L_1=13,672$ (pas d'accord de phase).

2-4.3 Profil pseudo-aléatoire

Dans l'exemple suivant, la rugosité (représentée ici par des stries) est supposée avoir le profil pseudo- aléatoire présenté sur la figure (2-7.a), qui représente un profil de grenaillage, avec une profondeur $h(x) < 1,1$ mm et une longueur $l = 5$ mm. Sa densité spectrale de puissance (DSP) présente deux périodes $\Lambda_1 = 0,372$ mm et $\Lambda_2 = 0,621$ mm (habituellement, dans la pratique, les surfaces rugueuses présentent un nombre limité de périodicités spatiales dominantes) (figure 2-7.b).

(a)

(b)

Figure 2-7 : Exemple expérimental de profil pseudo-aléatoire (grenaillage) [17] (a), la DSP du profil (b).

Les figures 2-8.ab montrent respectivement les cartographies des parties réelles des perturbations des champ des déplacements et de contraintes , pour la valeur $\Lambda_2 = 0,62$ mm de pseudo-période spatiale mentionnée ci-dessus, qui a la même valeur que la période spatiale du profil en dents de scie mentionnée précédemment, le point de fonctionnement étant celui noté $I = 6$ (onde incidente) sur la figure 2-2. Par la suite, les courbes de dispersion et celles de phonons considérées dans cette étude sont celles représentées sur la figure 2-2, et l'accord de phase entre le mode incident SH6 et le mode SH7 qui se produit dans la configuration présentée dans les figures 2-8 (profil pseudo-aléatoire) est le même que dans la configuration présentée dans les figures 2-3 (profil périodique). Pour une meilleure visibilité dans la figure (2-8.b), le contraste des couleurs dans la plaque de plexiglas (plaque 2) a été amélioré en multipliant l'amplitude par quatre (voir l'échelle de gauche pour la plaque d'aluminium et l'échelle de droite pour la plaque de plexiglas). Comme prévu, la structure des champs de

perturbation dans les figures (2-8.ab) présente les mêmes périodicités spatiales, dans les deux directions x et z , que la structure du champ de perturbation dans les figures (2-3.a- b), même si la structure globale semble légèrement différente. En conséquence, la structure du champ diffracté aurait permis de contrôler les valeurs de la pseudo-période.

(a)

(b)

Figure 2-8 : Cartographie des parties réelles des perturbations des champs de déplacements de l'onde de l'incidente SH $I = 6$ (a) et des perturbations des champs des contraintes (b), pour $f L_1 = 7,460 \text{ MHz.mm}$ et $k_{x_6}^{(0)} L_1 = 11,737$ (le point $I = 6$ sur la figure 2-2).

Les figures (2-9.ab) représentent respectivement les cartographies des parties réelles des perturbations des champs de déplacements (2-9.a) et de contraintes (2-9.b) de l'onde incidente $I = 4$ créées par la diffusion sur le profil pseudo-aléatoire pour $f L_1 = 4,560 \text{ MHz.mm}$ et

$k_{x_4}^{(0)}L_1 = 6,639$ (point $I = 4$ et $M = 1$ sur la figure 2.2). Un accord de phase est assuré entre ce mode incident et le mode SH1. Comme prévu, la structure spatiale du mode incident SH4 apparaît dans les deux plaques, le mode SH1 étant superposé au mode SH4 dans la plaque de plexiglas uniquement, car il est évanescent dans la plaque d'aluminium. Une fois de plus, ce résultat a souligné l'importance de l'accord de phase quand il est assuré par une rugosité périodique ou pseudo-périodique.

(a)

(b)

Figure 2-9 : Cartographie des parties réelles des perturbations des champs de déplacements de l'onde de l'incidente SH $I = 4$ (a) et des perturbations des champs des contraintes (b), pour $fL_1 = 4,560\text{MHz.mm}$ et $k_{x_4}^{(0)}L_1 = 6,639$ (le point $I = 6$ sur la figure 2-2).

2.5 Conclusion

Le modèle analytique utilisé dans ce chapitre a permis de décrire les effets de diffusion de rugosité d'interface sur le comportement des ondes SH se propageant dans deux plaques collées avec une couche de colle, il tient compte de la forme et de la profondeur de la rugosité. Le formalisme intégrale décrit ici est adapté à la propagation en ondes SH et permet d'exprimer les perturbations des champs de déplacements et de contraintes dans les deux plaques correspondant ou non aux accords de phase entre les modes SH. Les résultats démontrent que les paramètres extraits montrent la sensibilité attendue aux caractéristiques des profils de rugosité. Ainsi, les prédictions de ce modèle devraient être utiles pour décrire des phénomènes pour une variété de plaques et de profils de rugosité.

CHAPITRE 3

ETUDE EXPERIMENTALE ET SIMULATION NUMERIQUE

3-1 Introduction

Ce chapitre est consacré à l'étude expérimentale et aux simulations numériques grâce au logiciel COMSOL. Dans la première partie sont présentés le dispositif expérimental et les différentes techniques de traitement des signaux utilisés. Ces méthodes sont illustrées dans deux études expérimentales dont l'objectif est d'étudier la propagation d'une onde SH dans une plaque d'aluminium et dans une structure tri-couche aluminium / colle / aluminium. La méthode des éléments finis, technique de résolution approchée des problèmes physiques décrits par des équations aux dérivées partielles, est utilisée dans la deuxième partie pour générer un mode SH dans la même structure tri-couche que précédemment.

3-2 Etude expérimentale

Les photographies et le schéma du dispositif expérimental utilisés sont présentés dans la figure 3-1. L'ensemble du dispositif est composé d'une chaîne d'émission et d'une chaîne de réception des signaux. La chaîne d'émission est constituée d'un transducteur piézoélectrique à ondes transversales, et soit d'un générateur basse-fréquence (excitation quasi-harmonique) soit d'un générateur d'impulsion. La chaîne de réception est constituée d'un vibromètre laser, d'un oscilloscope numérique et d'un ordinateur qui pilote à la fois l'oscilloscope et les translations du vibromètre.

Pour générer les ondes aux fréquences souhaitées, le générateur basse-fréquence délivre un train de sinusoides au transducteur, l'amplitude du signal ayant une tension de 500 mV crête à crête et amplifiée par un amplificateur de puissance de 50 dB. La description détaillée du dispositif expérimental et le principe de mesure sont donnés dans les paragraphes suivants.

(a)

(b)

(c)

Figure 3-1 : Photographies (a) et (b), schéma du dispositif expérimental (c).

3-2.1 Émission

Les transducteurs à ondes transversales utilisés, de marque Valpey Fisher, sont constitués d'une pastille piézoélectrique de diamètre 2.54 cm, leur fréquence centrale étant de 0,5 MHz ou de 1 MHz. Ces transducteurs reçoivent une excitation quasi-harmonique grâce à un générateur basse fréquence, de marque Agilent (modèle 33500B). Le transducteur est incliné par rapport à la normale à la surface de la plaque grâce à un sabot en plexiglas. Le couplage entre le sabot et la plaque est assuré par un gel à ondes transversales (gel de marque Sofranel type SWC). L'inclinaison du transducteur favorise la génération d'un mode SH en imposant sa vitesse de phase. La connaissance de l'angle d'incidence θ_i (dans le sabot) et de la vitesse de

propagation des ondes transversales dans le sabot $C_{T\ plexi} = 2730\text{ m/s}$ permettent d'estimer le nombre d'onde k_x , projeté orthogonal suivant x du vecteur d'onde transversal \vec{k}_T suivant la direction de propagation (relation de Snell-Descartes).

$$k_x = \frac{2\pi f}{C_{T\ plexi}} \sin\left(\frac{\pi \theta_I}{180}\right), \quad (3-1)$$

f étant la fréquence du signal.

Figure 3-2 : Principe de génération des ondes SH par la méthode du coin.

3-2.2 Réception

La mesure des déplacements à la surface de la plaque est assurée par un vibromètre laser de type Polytec OFV-5000. Puisque la polarisation du déplacement des ondes SH est dans le plan de la surface de la structure, la meilleure disposition pour avoir un bon niveau d'amplitude en réception est de placer un papier rugueux rétrodiffusant sur la zone à explorer et que l'angle entre l'échantillon et le faisceau laser soit de 45° . Grâce à cette configuration, une partie du faisceau laser se retrouve ainsi rétrodiffusée vers la focale du vibromètre, permettant ainsi de récupérer une projection du déplacement de l'onde SH. Cette mesure est effectuée en divers points régulièrement espacés sur la longueur de la plaque, afin de suivre la propagation des différentes ondes dans cette direction. Le principe de fonctionnement de ce dispositif est basé sur l'effet Doppler.

Le balayage de la plaque est effectué suivant une ligne dans l'axe du transducteur, dans la direction de propagation. Les mesures sont faites sur une distance qui peut aller de 80 mm à 150 mm selon l'application visée, par pas de 0.1 mm soit entre 801 et 1501 relevés. A chaque point de mesure, le signal temporel reçu est visualisé sur un oscilloscope numérique Lecroy

codé sur 12 bits, permettant l'acquisition du signal et le filtrage du bruit. Dans le cas d'une fréquence d'échantillonnage de 100 MHz et pour une durée du signal de 100 μ s, le nombre d'échantillons acquis dans la plaque est de 20001 points. Dans le but d'améliorer le rapport signal sur bruit, le signal numérisé est moyenné sur 300 acquisitions. Notons que l'acquisition est automatisée, l'ordinateur pilotant à la fois l'oscilloscope et les translations motorisées du vibromètre.

3-3 Traitement des signaux

3-3.1 Cas d'une plaque d'aluminium

L'objectif de cette étude expérimentale est de caractériser les modes SH générés dans une plaque d'aluminium dont les caractéristiques physiques et géométriques sont présentées dans le tableau 3-1. Le traitement appliqué aux données expérimentales et numériques y est détaillé.

2 nd coefficient de Lamé μ (GPa)	Masse volumique ρ (kg.m^{-3})	Vitesse des ondes transversales c_T (m.s^{-1})	Epaisseur L (mm)
26,003	2705,8	3100	4

Tableau 3-1 : Paramètres physiques et géométriques de la plaque d'aluminium.

3-3.2 Stockage des données expérimentales et numériques

Les données expérimentales et numériques sont ordonnées sous la forme d'une matrice, dont les lignes représentent les échantillons temporels pour une position donnée, les colonnes étant les positions sur la surface de la plaque. Chaque élément de la matrice est une grandeur proportionnelle à l'amplitude du déplacement horizontal. La représentation de l'amplitude du déplacement en fonction de la position et du temps est nommée « temps-position », elle est donnée en niveaux de couleurs. Les mesures sont faites sur une distance de 100 mm par pas de 0.1 mm, la taille de la matrice étant donc de 20001 lignes et 1001 colonnes. L'amplitude du déplacement mesurée en fonction de la position et du temps et la coupe du signal au milieu de la plaque (50 mm) sont respectivement représentées sur les figures 3-3.a et 3-3.b :

(a)

(b)

Figure 3-3 : Représentation temps-position des déplacements sur la surface de la plaque (a), coupe du signal temporel à 50 mm (b), plaque d'aluminium d'épaisseur 4 mm, excitation quasi-harmonique de 5 cycles et de fréquence centrale 975 kHz, sabot de 15°.

Ce type de représentation (figure 3-3.a) permet de suivre la propagation des modes générés dans la plaque, mais ne donne directement aucune information sur leur composition fréquentielle, ni sur les nombres d'onde des modes de cisaillement. Pour cette raison, nous procédons à d'autres traitements.

3-3.3 Représentation « tout fréquence »

Dans le but d'identifier le ou les modes générés, il faut se placer dans l'espace (k_x, f) dans lequel nous avons obtenu les courbes de dispersion théoriques des modes SH. Pour cela, il est nécessaire d'effectuer une double FFT spatio-temporelle. Tout d'abord, nous effectuons pour chaque position du récepteur (LASER), une FFT temporelle afin d'obtenir une matrice spatio-fréquentielle. Cette FFT est calculée sur N_t points du signal ce qui donne un pas d'échantillonnage fréquentiel Δf sur les valeurs de la fréquence :

$$\Delta f = \frac{1}{N_t \Delta t}, \quad (3-2)$$

où Δt représente le pas temporel et vaut 10^{-8} seconde.

La FFT temporelle est faite sur un nombre de points qui est une puissance de 2 supérieure au nombre de points d'acquisition, permettant un calcul rapide de la transformée de Fourier. Dans le cas d'une acquisition sur 20001 points, on choisit $N_t = 2^{15} = 32768$ points, ce qui donne un pas fréquentiel $\Delta f = 3,051 \text{ kHz}$, résolution très suffisante au vu de la gamme de fréquences étudiée. La deuxième étape du traitement consiste à effectuer, pour chaque position du laser,

une FFT spatiale qui donne accès à une représentation appelée « tout-fréquence ». Cette représentation donne les valeurs du nombre d'onde en fonction de la fréquence. La FFT spatiale est réalisée sur l'ensemble des positions de mesure. Dans le cas d'une acquisition sur 1001 points, la FFT est effectuée sur $N_x = 2^{13} = 8192$ points, ce qui induit un pas de nombre d'onde Δk :

$$\Delta k = \frac{2\pi}{N_x \Delta x}, \quad (3-3)$$

où Δx représente le pas spatial entre deux positions successives du récepteur Laser ($\Delta x = 10^{-4}$ m), ce qui donne un pas en nombre d'onde $\Delta k = 7,7 \text{ m}^{-1}$.

La figure 3-4 représente le résultat de cette double FFT, elle fait apparaître trois modes qui se sont propagés dont un est particulièrement mieux excité. Pour identifier ces modes, on superpose à la figure 3-4 les courbes de dispersion (figure 3-5) correspondant à la plaque d'aluminium dont les paramètres physiques et géométriques sont donnés dans le tableau précédent (tableau 3-1). Sur la figure 3-6, le mode est identifié : il s'agit du mode SH_2 centré sur 975 kHz, les deux autres qui apparaissent faiblement correspondent aux modes SH_0 et SH_1 .

Figure 3-4 : Représentation « tout-fréquence », plaque d'aluminium d'épaisseur 4 mm, excitation quasi-harmonique de 5 cycles, fréquence d'excitation de 975 kHz, sabot de 15°.

Figure 3-5 : Courbes de dispersion de la plaque d'aluminium d'épaisseur 4 mm.

Figure 3-6 : Superposition des courbes de dispersion à la représentation « tout-fréquence ».

3-3.4 Cas d'une structure tri-couche aluminium / colle / aluminium (à interface lisse)

Dans ce paragraphe, l'étude expérimentale est consacrée à une structure tri-couche aluminium / colle / aluminium dont les paramètres physiques et géométriques sont donnés dans le tableau 3-2. Il est à préciser que les deux plaques d'aluminium ont les mêmes caractéristiques géométriques.

	Plaques	Colle (araldite)
2 nd coefficient de Lamé μ (GPa)	26,003	2,133
Masse volumique ρ (kg.m ⁻³)	2705,8	1160
Vitesse des ondes transversales c_T (m.s ⁻¹)	3100	1356
Epaisseur L (mm)	4	0,5

Tableau 3-2 : Paramètres physiques et géométriques des plaques d'aluminium et de la colle.

L'expérience est réalisée avec une excitation impulsionnelle. L'angle du sabot utilisé est de 13°. Le processus de stockage des données expérimentales et de traitement des signaux reste le même que dans le cas de la plaque seule. Pour toutes les mesures réalisées, le pas spatial est de 0,1 mm. L'acquisition des signaux se fait sur une durée de 200 μ s échantillonnée sur 20001 points, et sur une distance de 80 mm. La taille de la matrice est donc de 20001 lignes et 801 colonnes. La représentation temps-position des signaux et la coupe du signal temporel à la distance 20 mm sont données sur la figure 3-7 :

(a)

(b)

Figure 3-7 : Représentation temps-position des déplacements sur la surface de la structure tri-couche (a), coupe du signal temporel à la distance 20 mm.

Sur la figure 3-8 est représentée la double-transformée de Fourier spatio-temporelle du signal d'excitation. Deux modes se sont principalement propagés. La superposition de la double transformée de Fourier et des courbes de dispersion de la structure tri-couche permet d'identifier les modes SH; il s'agit des modes SH₂ et SH₃ centrés respectivement autour de 460 et 490 kHz.

Figure 3-8 : Superposition des courbes de dispersion (—) à la représentation « tout-fréquence », $L(\text{aluminium}) = 4 \text{ mm}$, $L(\text{araldite}) = 0,5 \text{ mm}$.

Ces premiers résultats expérimentaux permettent de valider le processus expérimental, qui sera donc adopté dans la suite de l'étude sur les structures tri-couches en présence de rugosité dans le chapitre 4.

3-4 Simulations numériques par éléments finis

3-4.1 Le contexte

Traditionnellement centrée sur les problèmes de la mécanique, de la physique et des sciences de l'ingénieur, la simulation numérique s'est ouverte sur de nombreuses applications nouvelles venant par exemple de la chimie, de la physique, de la biologie et de la médecine. Il existe différentes méthodes de modélisation numérique telles que les différences finies, les éléments de frontière, les volumes finis et les éléments finis. La modélisation numérique est devenue un outil privilégié d'investigation dans ces domaines, notamment grâce à la conjugaison de deux facteurs qui sont des méthodes de résolution de plus en plus fines et la présence des

calculateurs de plus en plus puissants sur le marché. La méthode des éléments finis permet, par exemple, la résolution approchée d'un problème dont les lois physiques sont décrites par des équations aux dérivées partielles sur un domaine compact avec des conditions aux bords et/ou dans l'intérieur du domaine. On parle couramment de conditions de type Dirichlet (valeurs aux bords) ou de Neumann (gradients aux bords) ou encore de Robin (relation gradient/valeurs sur le bord).

3-4.2 La méthode

La méthode des éléments finis est utilisée pour approximer les problèmes continus par des problèmes discrets. Le but est de rendre cette approximation la plus proche possible de la solution continue. Il existe différents types d'éléments finis suivant leur géométrie (unidimensionnelle 1D, bidimensionnelle 2D, tridimensionnelle 3D, axisymétrique,...) [42]. La méthode se définit selon les étapes suivantes : représentation du domaine de volume par un ensemble de sous-domaines de volume, discrétisation, assemblage puis résolution.

La discrétisation du domaine d'étude permet la subdivision du domaine complexe en domaines élémentaires qui sont des éléments finis géométriquement simples, appelés mailles [43]. Cette partition du modèle en sous-domaines constitue le maillage. Les éléments ainsi obtenus sont composés de nœuds. Pour ces nœuds de calcul aussi appelés nœuds d'interpolation, les variables essentielles du problème seront calculées. La discrétisation du domaine est une étape essentielle, car de la taille des mailles et du nombre de nœuds, dépend la précision de la solution. Une fois la physique du domaine et les conditions aux limites renseignées, on procède à la résolution du problème.

Cette deuxième partie est consacrée à l'étude de modèles prédictifs pour nos structures collées, par éléments finis avec le logiciel Comsol. L'intérêt ici est porté sur la même structure tri-couche aluminium / araldite / aluminium que précédemment dont les paramètres physiques et géométriques sont donnés dans le tableau 3-2. Le modèle 1D mentionné plus haut est utilisé pour déterminer les modes propres correspondant aux ondes SH dans la structure, il fournit aussi les courbes de dispersion ainsi que les champs de déplacement dans la structure. Les champs de déplacements précédemment obtenus par le modèle 1D sont par la suite utilisés dans un autre modèle nommé 2D pour générer et faire propager un mode SH donné.

3-4.3 Le modèle unidimensionnel 1D

Le modèle unidimensionnel 1D ou le plus souvent appelé SAFE (Semi Analytical Finite Element method) [44, 45, 46] décrit une équation linéaire aux dérivées partielles. L'équation linéaire représente l'équation du mouvement des ondes et est résolue numériquement par un problème aux valeurs propres. La méthode consiste à représenter la structure par sa coupe transversale droite selon sa section. La méthode SAFE est une méthode alternative aux méthodes théoriques pour obtenir les solutions modales des structures complexes comme les structures tri-couches. Pour chaque fréquence donnée, on obtient un ensemble de valeurs propres correspondant aux nombres d'onde des modes SH. Cette résolution (problème aux valeurs propres) est détaillée dans le livre de J.L Batoz [47].

3-4.4 La description du modèle

Comme supposée dans les chapitres précédents, la propagation des ondes SH est suivant l'axe (Ox), les déplacements correspondant aux modes SH sont portés par l'axe (Oy).

Figure 3-9 : Modèle 1D, structure tri-couche aluminium / colle / aluminium.

L'aluminium et la colle (araldite) étant considérés comme des matériaux isotropes et homogènes, l'équation différentielle propre à chacun de ces matériaux (sous-domaines) s'écrit (en utilisant l'équation 1-11 du chapitre 1) :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(C_{55} \frac{\partial \hat{u}_q(x, z, t)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(C_{44} \frac{\partial \hat{u}_q(x, z, t)}{\partial z} \right) = \rho_q \ddot{\hat{u}}_q(x, z, t) \quad \text{avec } q = 1, 2, 3, \quad (3-4)$$

où C_{44} et C_{55} représentent les constantes de rigidité élastiques du matériau considéré, $\hat{u}_q(x, z, t)$ tel que défini dans les chapitres précédents représente le déplacement polarisé suivant y dans la couche " q ", ρ_q la masse volumique du matériau " q ".

(" $q = 1$ " la première couche d'aluminium, " $q = 2$ " la colle, " $q = 3$ " la deuxième couche d'aluminium).

En posant $\hat{U}_q^{(0)}(x, z) = \hat{U}_q^{(0)}(z) e^{-ik_x x}$ dans l'équation (1-17) établie au chapitre 1, le déplacement $\hat{u}_q(x, z, t)$ peut encore s'écrire :

$$\hat{u}_q(x, z, t) = \hat{U}_q^{(0)}(z) \exp(i\omega t - k_x x). \quad (3-5)$$

En reportant l'équation (3-5) dans l'équation (3-4) il vient :

$$\frac{d}{dz} \left(C_{44} \frac{d\hat{U}_q^{(0)}(z)}{dz} \right) - k_x^2 C_{55} \hat{U}_q^{(0)}(z) = -\rho_j \omega^2 \hat{U}_q^{(0)}(z) \text{ avec } q = 1, 2, 3, \quad (3-6)$$

avec $\omega = 2\pi f$, f étant la fréquence du signal et k_x le nombre d'onde suivant l'axe x du mode SH.

Dans le logiciel, la forme générale de l'équation aux dérivées partielles dont on cherche les valeurs propres λ s'écrit (en ne gardant que les coefficients non nuls) :

$$\vec{\nabla} \cdot (-c \vec{\nabla} U) + aU = -e_a \lambda^2 U, \quad (3-7)$$

où c, a, e_a représentent respectivement le coefficient de diffusion, le coefficient d'absorption et le coefficient de masse.

En comparant cette équation à l'équation (3-6), les expressions des coefficients précédemment cités sont obtenues :

$$c = -C_{44}, \quad e_a = -C_{55}, \quad a = \rho \omega^2. \quad (3-8)$$

Pour les solides isotropes, $C_{44} = C_{55} = C_{66} = \mu$, μ étant le deuxième coefficient de Lamé correspondant aux contraintes de cisaillement, $\mu = \rho C_T^2$. L'équation (3-7) devient alors :

$$\vec{\nabla} \cdot (\mu \vec{\nabla} U) + \rho \omega^2 U = \mu k_x^2 U, \quad (3-9)$$

qui est l'équation de propagation en régime harmonique des ondes dans chaque sous-domaine.

L'équation traduisant les conditions de contraintes nulles aux deux points extrêmes (figure 3-9) (condition de Neumann) s'écrit :

$$n \cdot (c \vec{\nabla} U + \alpha U - \gamma) + qU = g, \quad (3-10)$$

avec $q = g = 0$ et $\alpha = \gamma = 0$ (α et γ représentent respectivement le coefficient du flux convectif conservatif et le terme source du flux conservatif). L'équation (3-9) devient :

$$\vec{n} \cdot \vec{\nabla} U = 0. \quad (3-11)$$

3-5 Courbes de dispersion

3-5.1 Structure tri-couche aluminium / araldite / aluminium (à interfaces lisses)

La simulation est réalisée à plusieurs fréquences (de 0 MHz à 2 MHz). A chaque fréquence correspond plusieurs valeurs propres représentant les nombres d'onde des modes. Ces valeurs propres pouvant être soit des solutions imaginaires (modes évanescents), soit des solutions réelles (modes propagatifs). Seules les solutions réelles sont considérées ici.

Sur la figure 3-10 sont superposées les courbes de dispersion théoriques de la structure aluminium / araldite / aluminium (en rouge) et le nuage de points correspondant aux valeurs propres obtenues avec le logiciel COMSOL. Nous constatons une très bonne concordance entre les deux méthodes de résolution.

Figure 3-10 : Superposition des courbes de dispersion de la structure tri-couche (en rouge) et du nuage de points du modèle 1D (•), $L(\text{aluminium}) = 4 \text{ mm}$,

$$L(\text{araldite}) = 0,5 \text{ mm}.$$

3-6 Champs de déplacement

Pour une fréquence donnée et pour un mode SH choisi, les champs de déplacement sont obtenus pour chaque sous-domaine. Ces champs de déplacement sont utilisés dans la suite (modèle 2D) pour générer et faire propager le mode SH choisi.

Les champs de déplacement présentés sur la figure 3-11 sont ceux relatifs à la structure tri-couche aluminium / colle / aluminium étudiée plus haut. Ils sont approximés par des polynômes de degré 5, le coefficient de corrélation étant égal à 1.

(a)

(b)

(c)

Figure 3-11 : Champs de déplacement de la structure tri-couche aluminium / araldite / aluminium : aluminium (a), colle (b), aluminium (c), $f = 600$ kHz, $k_x = 1200$ m⁻¹, mode SH₀ (cf. figure 3-8).

3-7 Le modèle 2D en régime transitoire appliqué à une structure tri-couche

3-7.1 Description de la simulation

La figure 3-12 représente un exemple de modèle 2D. Le modèle consiste à représenter le plan de la section de la structure tri-couche considérée (plan (oxz)), et cherche à déterminer le déplacement d'une onde SH orthogonale à ce plan, selon l'axe oy . Le modèle est résolu en régime temporel pour une meilleure comparaison à l'expérience. Pour générer un mode donné, le champ de déplacement obtenu dans le modèle 1D est appliqué sur la section gauche du modèle 2D. Il est à noter qu'il faut prendre un nombre de mailles suffisant par longueur d'onde, pour respecter la condition de Shannon [47]. Selon le cas, nous avons toujours pris

entre 10 et 20 mailles par longueur d'onde, ce qui est un bon compromis entre un bon échantillonnage spatial et un temps de résolution correct.

Figure 3-12 : Coupe transversale de la structure tri-couche : sous-domaines 1, 2 et 3 où est appliqué le champ de déplacement.

3-7.2 Génération de modes

Pour générer un mode donné, son déplacement U_z est multiplié par un signal harmonique de n périodes et appliqué sur la section gauche de la structure tri-couche. La fonction temporelle décrivant le signal appliqué est donnée par :

$$f(t) = \sin(\omega t) \text{ pour } t < nT, \quad (3-11)$$

où $\omega = 2\pi f$ (f étant la fréquence d'excitation) et nT (T la période du signal) représentent respectivement la pulsation et la durée de l'excitation.

3-7.3 Traitement des résultats numériques

3-7.3.1 Récupération des données

Les déplacements sont collectés à la surface de la plaque d'aluminium sur toute sa longueur. Ces déplacements en fonction du temps sont extraits en chaque nœud des mailles. Un programme Matlab permet cette récupération et met ces données sous forme matricielle, comme dans l'étude expérimentale. Chaque position des nœuds correspond à un signal temporel et est placée dans une colonne de la matrice. Comme dans l'étude expérimentale, la forme matricielle permet de représenter en niveau de couleurs l'évolution spatio-temporelle du déplacement à la surface de la structure.

3-8 Propagation d'une onde SH dans une structure tri-couche

L'étude est consacrée ici à la structure aluminium / araldite / aluminium. On choisit de générer

le mode SH_0 à la fréquence 600 kHz et pour $k_x = 1200 \text{ m}^{-1}$. Les expressions des champs de déplacement à appliquer sur chaque sous-domaine sont données sur la figure 3-11. Les paramètres de la simulation numérique sont donnés dans le tableau 3-4.

Régime de simulation	Transitoire
Longueur de la structure étudiée	80 mm (1601 points)
Nombre d'onde du mode SH_0 généré	1200 m^{-1}
Fréquence	600 kHz
Pas spatial	$\Delta x = 0,05 \text{ mm}$
Pas temporel	$\Delta t = \frac{T}{20} = 0,083 \mu\text{s}$
Taille de la FFT temporelle	$N_t = 2^{13} = 8192$
Taille de la FFT spatiale	$N_x = 2^{15} = 32768$
Pas fréquentiel	$\Delta f = \frac{1}{\Delta t N_t} = 1,46 \text{ kHz}$
Pas en nombre d'onde	$\Delta k = \frac{2\pi}{\Delta x N_x} = 3,835 \text{ m}^{-1}$

Tableau 3-4 : Paramètres de la simulation numérique, structure tri-couche aluminium / araldite / aluminium.

La représentation spatio-temporelle du signal obtenu à partir des déplacements prélevés sur la surface d'une des plaques d'aluminium est présentée sur la figure 3-13. Le résultat de la double transformée de Fourier (transformée de Fourier temporelle puis spatiale) du signal précédent est donné sur la figure 3-14. Le but de cette représentation est d'identifier le mode généré à la fréquence 600 kHz pour laquelle la valeur du nombre d'onde suivant x est de 1200 m^{-1} .

Figure 3-13 : Représentation temps-position des déplacements à la surface de la structure tri-couche (simulation numérique).

Figure 3-14 : Représentation « tout-fréquence » du signal d'excitation, structure tri-couche (simulation numérique).

Ces premiers résultats obtenus par éléments finis permettent de valider notre approche numérique, et donc de l'étendre au cas des tri-couches avec des interfaces rugueuses qui seront traitées dans le chapitre suivant.

3-9 Conclusion

Ce chapitre a présenté deux études (expérimentale et numérique) qui permettent de suivre la propagation d'ondes SH dans une monocouche (à surface lisse) et dans une structure tri-couche (à interfaces lisses). La première étude utilise les données expérimentales pour représenter les signaux spatio-temporels et les doubles transformées de Fourier identifiant ainsi le ou les modes SH propagés. La deuxième étude basée sur la méthode des éléments finis utilise deux types de modèles (modèle 1D et 2D) permettant d'une part de retrouver les courbes de dispersion et d'autre part les champs de déplacements de la structure étudiée, les techniques de traitement des données étant les mêmes dans les deux études. Il est à noter que ces deux études restent valables lorsqu'il s'agit d'étudier la propagation d'ondes SH dans des structures tri-couche à interfaces rugueuses, ces structures constituant l'intérêt de cette thèse. Les résultats expérimentaux et numériques obtenus pour de telles structures (tri-couche à interfaces rugueuses) sont présentés dans le chapitre 4.

CHAPITRE 4

REPONSE D'UNE STRUCTURE TRI-COUCHE A INTERFACES RUGUEUSES A UNE EXCITATION PAR ONDES SH : RESULTATS EXPERIMENTAUX ET NUMERIQUES PAR ELEMENTS FINIS.

INTRODUCTION

L'étude expérimentale de la propagation d'ondes SH dans des structures complexes connaît un grand intérêt ces dernières années [48-54]. Plusieurs méthodes existent pour exciter ces modes SH guidés : excitation sans contact par un transducteur acousto-électromagnétique (ou transducteur EMAT Electro-Magnetic Acoustic Transducer) dans des plaques conductrices [55,56], excitation par impact laser dans des plaques piézoélectriques [57] ou encore plus classiquement excitation par un transducteur de contact piézoélectrique. Si les deux premières méthodes citées ont l'avantage de pouvoir déplacer la source et/ou le récepteur en s'affranchissant des problèmes liés au contact avec la structure, ce n'est pas le cas pour la méthode d'excitation par un transducteur piézoélectrique du fait qu'il doit être couplé au matériau par le biais d'un gel visqueux adapté à la nature de cisaillement des ondes SH.

Deux objectifs sont recherchés dans ce chapitre :

Objectif 1 : la détection d'un mode de phonon (mode SH vérifiant la relation phonon) dans une structure tri-couche aluminium / araldite / aluminium dont le profil de rugosité aux interfaces est un profil périodique (dents de scie symétriques).

Objectif 2 : l'étude de la transmission du champ incident à travers la rugosité par l'analyse de l'évolution du coefficient de transmission en fonction de la fréquence. On souhaite mettre en évidence un éventuel extremum de ce coefficient au voisinage de la fréquence où la relation de phonon est vérifiée. Deux études numériques par éléments finis avec le code COMSOL permettant de prédire les résultats expérimentaux sont traitées dans la première partie de ce chapitre. La deuxième partie consacrée aux études expérimentales est présentée dans l'optique de les confronter aux résultats numériques. Enfin, le modèle numérique prédictif étant validé, une étude paramétrique sur la profondeur de la rugosité puis une autre sur la longueur de la zone rugueuse sont menées numériquement par éléments finis.

4-1 Profil de rugosité, structure tri-couche

Les surfaces à encoller des deux plaques d'aluminium sont délimitées en trois zones ; deux zones lisses avant et après la rugosité et une zone rugueuse (figure 4-1.a). Le profil de rugosité (figure 4-1.b) à la surface des deux plaques est une distribution régulière et périodique de dents de scie. Les paramètres géométriques et physiques des plaques et de la colle sont consignés dans le tableau 4-1.

(a)

(b)

Figure 4-1 : Plaque d'aluminium de longueur 400 mm (a), profil de rugosité en dents de scie périodiques de longueur d'onde spatiale $\Lambda = 3,7$ mm, de longueur $l = 10\Lambda$, de profondeur $H = 0,1$ mm (b).

	Plaques	Colle (araldite)
2 nd coefficient de Lamé μ (GPa)	26,003	2,133
Masse volumique ρ (kg.m ⁻³)	2705,8	1160
Vitesse des ondes transversales c_T (m.s ⁻¹)	3100	1356
Epaisseur L (mm)	5	0,5

Tableau 4-1 : paramètres physiques et géométriques des plaques d'aluminium et de la colle.

4-2 Relation de phonon, courbes de phonon et fréquence de phonon

Comme mentionné dans l'introduction, l'objectif premier de ce chapitre est de générer des modes SH de phonon dans une structure tri-couche aluminium / araldite / aluminium, à interfaces rugueuses. La relation reliant les nombres d'onde de deux modes guidés à la périodicité spatiale de rugosité est appelée relation de phonon :

$$k_{x_i} + k_{x_p} = 2\pi / \Lambda, \quad (4-1)$$

où k_{x_i} , k_{x_p} et Λ représentent respectivement le nombre d'onde suivant x du mode incident, le nombre d'onde suivant x du mode rétro-converti et la longueur d'onde spatiale du profil de rugosité. L'intersection entre les courbes de phonon à savoir la grandeur suivante :

$$g(f) = 2\pi / \Lambda - k_{x_p}, \quad (4-2)$$

exprimée comme fonction de la fréquence f et les courbes de dispersion représente un accord de phase. La fréquence correspondant à cet accord de phase est appelée fréquence de phonon. Sur la figure 4-2, les notions de fréquence et de courbes de phonon sont illustrées ; la structure étudiée étant la même que précédemment (voir tableau 4-1), le profil de rugosité étant le même que dans la figure 4-1. Les courbes de phonon sont en bleu, et de dispersion en rouge. Les modes des courbes de dispersion sont considérés comme des modes incidents. Sur la figure 4-2, on peut observer plusieurs modes SH en relation, donc plusieurs fréquences de phonon. Par exemple, le mode SH_0 (incident, en rouge) est en relation de phonon avec le mode SH_2 (mode de rétro-converti, en bleu), la fréquence de phonon étant autour de 480 kHz. De même le mode SH_2 (incident) est en relation de phonon avec le mode SH_4 (mode rétro-converti), la fréquence de phonon étant voisine de 670 kHz.

Figure 4-2 : Courbes de dispersion (—), courbes de phonon (—).

4-3 Etudes numériques par éléments finis

4-3.1 Génération du mode SH_0 en relation de phonon avec le mode SH_2 à la fréquence 480 kHz.

Comme mentionné dans l'introduction, l'étude numérique par éléments finis menée ici constitue un modèle prédictif des résultats expérimentaux. La structure étudiée ici est la tri-couche aluminium / araldite / aluminium dont les paramètres physiques et géométriques sont donnés dans le tableau 4-1, la structure tri-couche étant modélisée par la représentation 2D décrite dans le paragraphe 3-7 du chapitre 3, la simulation numérique étant elle décrite dans le même paragraphe. Le profil de rugosité est celui présenté sur la figure 4-1. Les paramètres de la simulation numérique sont consignés dans le tableau 4-2.

Régime de simulation	Transitoire
Longueur de la structure étudiée	117 mm
Durée de la simulation	45 μ s
Nombre d'onde du mode SH_0 généré	958 m^{-1}
Fréquence	480 kHz
Pas spatial	$\Delta x = 0,1$ mm

Pas temporel	$\Delta t = \frac{T}{60} = 0,035 \mu s$
Taille de la FFT temporelle	$N_t = 2^{15} = 32768$
Taille de la FFT spatiale	$N_x = 2^{14} = 16384$
Pas fréquentiel	$\Delta f = \frac{1}{\Delta t N_t} = 878,9 \text{ Hz}$
Pas en nombre d'onde	$\Delta k = \frac{2\pi}{\Delta x N_x} = 3,835 \text{ m}^{-1}$

Tableau 4-2 : Paramètres de la simulation numérique, structure tri-couche aluminium / araldite / aluminium, mode incident SH₀ à 480 kHz.

La représentation spatio-temporelle des signaux obtenus à partir des déplacements prélevés sur la surface d'une des plaques d'aluminium est présentée sur la figure 4-3. La longueur des zones explorées avant et après la rugosité est de 40 mm, la longueur de la zone rugueuse étant toujours de 37 mm. La durée de simulation est limitée à 45 μs (200 μs dans les études expérimentales) dans le but de supprimer le signal réfléchi à l'extrémité de la structure.

Figure 4-3 : Simulation numérique, représentation temps-position des déplacements à la surface de la structure tri-couche.

Le signal incident (avant la rugosité) qui sera traité par double FFT est représenté sur la figure 4-4.a, la coupe suivant l'axe x par rapport à la figure 4-3 étant réalisée sur une distance de 27 mm en évitant la proximité de la zone rugueuse dans le but de s'affranchir d'éventuels transitoires liés au changement des propriétés du milieu de propagation. La coupe suivant x du signal transmis (après la rugosité) représentée sur la figure 4-4.b est aussi réalisée sur la même distance que précédemment (27 mm) pour les mêmes raisons que pour le signal incident. Ces signaux sont utilisés dans la suite pour identifier à l'aide d'une double FFT le mode incident et le mode de phonon d'une part, et d'autre part pour étudier l'évolution du coefficient de transmission en fonction de la fréquence.

(a)

Figure 4-4 : Signaux incident (avant la rugosité) (a), et transmis (après la rugosité) (b).

La double FFT du signal incident (avant la rugosité) est représentée sur la figure 4-5, le mode SH_0 généré est identifié et centré autour de la fréquence 480 kHz. Le mode rétro-converti SH_2 identifié à la même fréquence (480 kHz, fréquence de phonon) sur la figure 4-6 est obtenu pour des valeurs négatives du nombre d'onde k_x . Il est possible de montrer par le calcul (tableau (4-3)), que les modes SH_0 et SH_2 vérifient la relation de phonon [équation (4-1)]. La figure 4-7 représente la double FFT du signal transmis (après la rugosité), le mode SH_0 transmis est toujours centré autour de la fréquence 480 kHz.

Mode incident $k_x SH_0 \text{ (m}^{-1}\text{)}$	Mode rétro-converti $k_x SH_2 \text{ (m}^{-1}\text{)}$	Période spatiale de rugosité $2\pi/\Lambda \text{ (m}^{-1}\text{)}$	Erreur relative par rapport à $2\pi/\Lambda$
940	750	1700	0,5 %

Tableau 4-3 : Relation de phonon, modes SH_0 et SH_2 .

Figure 4-5 : Double FFT du signal incident (avant la rugosité), mode incident SH_0 généré, courbes de dispersion de la structure tri-couche (—).

Figure 4-6 : Double FFT du signal réfléchi par la rugosité (avant la rugosité), mode de phonon SH_2 , courbes de dispersion de la structure tri-couche (—) et courbes de phonon (—).

Figure 4-7 : Double FFT du signal transmis (après la rugosité), mode SH_0 transmis, courbes de dispersion de la structure tri-couche (—).

4-4 Evolution du coefficient de transmission en fonction de la fréquence

L'évolution du coefficient de transmission en amplitude en fonction de la fréquence met en évidence les effets de la rugosité sur la propagation du mode SH incident. On le définit ici, comme le rapport entre l'amplitude maximale de la double FFT du signal transmis (figure 4-7) et l'amplitude maximale de la double FFT du signal incident (figure 4-5), à une fréquence donnée. Cette définition associe au mode incident ou transmis une amplitude maximale moyennée sur toute la zone d'incidence ou la zone de transmission. Ceci permet, notamment lors des études expérimentales, de minimiser les effets des irrégularités éventuelles de la surface explorée par le laser. Les amplitudes maximales des doubles FFT sont obtenues en effectuant des coupes à différentes fréquences centrées sur la fréquence de phonon dans le plan (k_x, f) telles que illustrées sur les figures 4-8.a et 4-8.b. Le pas en fréquence pour réaliser les coupes est de 5 kHz, supérieur à la résolution de la FFT temporelle $\Delta f \simeq 878,9\text{Hz}$ (voir tableau 4-2).

(a)

(b)

Figure 4-8 : Amplitudes des modes incident (a) et transmis(b) obtenues à partir d'une coupe dans la FFT 2D à $f=480\text{ kHz}$, (simulation numérique).

Sur la figure 4-9 est représentée l'évolution du coefficient de transmission en amplitude en fonction de la fréquence (autour de la fréquence de phonon 480 kHz).

Figure 4-9 : Evolution du coefficient de transmission en amplitude en fonction de la fréquence, (simulation numérique).

On constate que le coefficient de transmission en amplitude passe par un minimum à la fréquence de phonon. Ceci peut s'expliquer par le fait que la rugosité en diffractant le champ incident, les réflexions issues de cette diffraction se construisent en phase à la fréquence de phonon, générant ainsi un mode ici rétro-converti. Ce mode véhicule une énergie plus importante que lorsque ces réflexions ne se construisent pas en phase, en dehors de la fréquence de phonon. Le champ incident est donc moins bien transmis à la fréquence de phonon. Ce résultat (passage par un minimum à la fréquence de phonon) devra être confronté dans la suite à une étude expérimentale.

4-5 Résultats expérimentaux

4-5.1 Génération du mode SH_0 en relation de phonon avec le mode SH_2 à la fréquence 480 kHz.

4-5.1.1 Choix de l'angle du sabot

Le choix de l'angle du sabot est indispensable lorsque l'on veut générer un mode SH donné à une fréquence donnée. Plusieurs sabots sont mis à notre disposition pour réaliser les expériences. Il faut donc choisir le sabot le mieux adapté pour générer le mode choisi, à la fréquence choisie, comme précisé dans le paragraphe 3-3.4 du chapitre 3.

Sur la figure 4-10, sont superposées les courbes correspondantes à trois sabots différents (courbes obtenues à l'aide de l'équation 3-1, chapitre 3), les courbes de dispersion (bleu) et les courbes de phonon (rouge) de la structure tri-couche aluminium / araldite / aluminium dont les paramètres physiques et géométriques ont été rappelés dans le tableau 4-1. La courbe

correspondant au sabot de 25° (en trait noir) passe par l'intersection entre les courbes de dispersion et de phonon à la fréquence 480 kHz ; c'est donc le sabot retenu pour réaliser cette expérience.

Figure 4-10 : Choix de l'angle du sabot, sabot de 19,5 ° (—), sabot de 25° (—), sabot de 30° (—), courbes de dispersion (—) courbes de phonon (—).

4-6 Représentation spatio-temporelle des signaux et double transformée de Fourier

4-6.1 Représentation spatio-temporelle des signaux

Le processus de stockage des données expérimentales et de traitement des signaux reste le même que dans le chapitre précédent. L'acquisition des signaux se fait sur une distance totale de 150 mm, par pas de 0,1 mm. En chaque position, l'acquisition du signal se fait sur une durée de 200 μ s correspondant à 20001 échantillons temporels. La taille de la matrice « temps-position » ainsi construite est donc de 20001 lignes et 1501 colonnes. Les longueurs des zones explorées avant et après la rugosité sont respectivement de 50 mm et 63 mm, la longueur de rugosité étant de 37 mm. L'expérience est réalisée avec une excitation quasi-harmonique de 3 cycles à la fréquence 480 kHz. On excite qu'avec peu de cycles afin d'avoir

un spectre large autour de la fréquence centrale du burst (figure 4-11). La fréquence centrale du transducteur piézoélectrique utilisé est de 1 MHz.

Figure 4-11 : FFT du signal d'excitation.

L'amplitude de déplacement transversal à différentes positions sur la plaque en fonction du temps est présentée sur la figure 4-12.

Figure 4-12 : Représentation spatio-temporelle des déplacements sur la surface de la structure tri-couche.

Les zones avant et après la rugosité sont analysées dans la suite, dans l'objectif de déterminer une relation de phonon et d'étudier l'évolution du coefficient de transmission en fonction de la fréquence. Les signaux temporels incident (avant la rugosité) et transmis (après la rugosité) relevés sur une distance de 40 mm (pour éviter les transitoires liés au changement des propriétés du milieu de propagation) sont respectivement représentés sur les figures 4-13.a et 4-13.b (les signaux réfléchis en bout de plaque sont supprimés).

(a)

(b)

Figure 4-13 : Signaux incident (avant la rugosité) (a), et transmis (après la rugosité) (b).

4-6.2 Double transformée de Fourier (FFT2D)

Pour identifier et séparer le ou les modes SH générés dans la structure tri-couche, le procédé une double FFT est appliquée aux signaux incident et transmis. La FFT temporelle est alors effectuée sur un nombre $N_t = 2^{15} = 32768$ points donnant un pas fréquentiel $\Delta f = 878,9$ Hz. La FFT spatiale est réalisée sur un nombre $N_x = 2^{14} = 16384$ de points, donnant un pas en nombre d'onde $\Delta k = 3,835 \text{ m}^{-1}$. La double FFT du signal incident (avant la rugosité) est représentée sur la figure 4-14, le mode SH_0 est bien identifié et centré autour de 480 kHz. La double FFT des signaux dans la zone avant la rugosité permet d'identifier pour des valeurs négatives de k_x (nombre d'onde suivant x) le mode rétro-converti SH_2 à la fréquence 480 kHz (figure 4-15). Le tableau 4-4 montre que les modes SH_0 et SH_2 vérifient la relation de phonon. La double FFT du signal transmis est représentée sur la figure 4-16.

Mode incident $k_x SH_0 (\text{m}^{-1})$	Mode de phonon $k_x SH_2 (\text{m}^{-1})$	Période spatiale de rugosité $2\pi/\Lambda (\text{m}^{-1})$	Erreur relative par rapport à $2\pi/\Lambda$
945	740	1700	0,88 %

Tableau 4-4 : Relation de phonon, modes SH_0 et SH_2 .

Figure 4-14 : Double FFT du signal incident (avant la rugosité), mode incident SH_0 généré, courbes de dispersion de la structure tri-couche (—).

Figure 4-15 : Double FFT du signal réfléchi (avant la rugosité), mode de phonon SH_2 , courbes de dispersion de la structure tri-couche (—).

Figure 4-16 : Double FFT du signal transmis (après la rugosité), mode SH_0 , courbes de dispersion de la structure tri-couche (—).

4-7 Coefficient de transmission en amplitude

L'évolution du coefficient de transmission en fonction de la fréquence (autour de la fréquence de phonon) est présentée sur la figure 4-17. Comme rappelé dans l'étude numérique ce coefficient de transmission correspond à une fréquence donnée, au rapport entre l'amplitude maximale de la double FFT du signal transmis (figure 4-16) et l'amplitude maximale de la double FFT du signal incident (figure 4-14), les amplitudes des doubles FFT étant obtenues comme présentées dans l'étude numérique, les amplitudes des modes incident et transmis obtenues à la fréquence de 480 kHz sont présentées sur la figure 4-17.

(a)

(b)

Figure 4-17 : Amplitudes des modes incident (a) et transmis(b) obtenues à partir d'une coupe dans la FFT 2D à $f=480$ kHz (résultat expérimental).

La figure 4-18 représente l'évolution du coefficient de transmission en amplitude en fonction de la fréquence.

Figure 4-18 : Evolution du coefficient de transmission en amplitude en fonction de la fréquence (résultat expérimental).

Comme dans l'étude numérique, le passage par un minimum (à la fréquence de phonon, 480 kHz) du coefficient de transmission est observé.

4-8 Comparaison avec l'étude numérique. Validation du modèle

La figure 4-19 regroupe les courbes des coefficients de transmission en fonction de la fréquence pour l'étude expérimentale et l'étude numérique.

Figure 4-19 : Evolution du coefficient de transmission en amplitude en fonction de la fréquence, résultat expérimental (—), simulation numérique (—).

On constate que l'évolution du coefficient de transmission en amplitude obtenu par la simulation numérique suit la même tendance que celle de l'évolution du coefficient de transmission en fonction de la fréquence dans l'étude expérimentale. Néanmoins, les valeurs des coefficients de transmission obtenues expérimentalement sont plus faibles que celles obtenues par simulations numériques. Ceci peut s'expliquer par l'ouverture géométrique du faisceau au cours de la propagation de l'onde qui fait que l'amplitude mesurée dans la direction de propagation diminue avec la distance, et donc le signal transmis est plus affecté que le signal incident, d'où des rapports plus faibles qu'en simulations qui, elles ne tiennent pas compte de cet aspect. En plus, expérimentalement, on ne mesure pas les déplacements à la surface comme en simulation, mais plutôt une partie de la composante à 45° de ce déplacement. Néanmoins, c'est le phénomène physique d'intérêt, le passage par un minimum du coefficient de transmission à la fréquence de phonon, qui est bien mis en évidence expérimentalement, validant ainsi le modèle numérique établi par éléments finis. Cette validation du modèle permet par la suite de faire des études uniquement numériques à d'autres fréquences de phonon.

5 Mode SH_0 en relation de phonon avec lui-même, à $f=420$ kHz. Résultats numériques

L'étude expérimentale présentée dans le paragraphe 4-5 a permis de valider le modèle prédictif (modélisation numérique sous COMSOL), il est donc possible de confirmer le passage par un minimum du coefficient de transmission à la fréquence de phonon,

uniquement à l'aide de la modélisation par éléments finis sous COMSOL. Les résultats numériques présentés dans ce paragraphe, permettent d'étudier le comportement du coefficient de transmission autour de la fréquence de phonon 420 kHz (fréquence à laquelle le mode SH_0 est en relation de phonon avec lui-même).

5-1 Génération du mode SH_0 en relation de phonon avec le mode SH_0 à la fréquence 420 kHz.

La structure tri-couche étudiée est la même que celle considérée dans les deux études précédentes (paragraphe 4-3 et 4-5), les paramètres de la simulation étant rappelés dans le tableau 4-2. Le mode SH_0 est généré à la fréquence $f = 420$ kHz et avec un $k_x = 840 \text{ m}^{-1}$ (nombre d'onde suivant x). La représentation spatio-temporelle du signal obtenu à partir des déplacements prélevés sur la surface d'une des plaques d'aluminium est présentée sur la figure 4-20. La longueur des zones explorées avant et après la rugosité est toujours de 40 mm, la longueur de la rugosité reste inchangée (37 mm). Le temps de simulation est limité à 55 μs , toujours dans l'objectif de supprimer le signal réfléchi à l'extrémité de la structure.

Figure 4-20 : Simulation numérique, représentation temps-position des déplacements à la surface de la structure tri-couche.

Les signaux incident (avant la rugosité) et transmis (après la rugosité) sont respectivement représentés sur les figures 4-21.a et 4-21.b. Les coupes de ces deux signaux suivant l'axe des abscisses sont réalisées sur une distance de 27 mm dans le but d'éviter la proximité de la zone rugueuse.

(a)

(b)

Figure 4-21 : Signaux incident (avant la rugosité) (a), et transmis (après la rugosité) (b).

La figure 4-22 représente la double FFT du signal incident (avant la rugosité), on observe le mode SH_0 centré autour de la fréquence 420 kHz. La double FFT des signaux avant la rugosité permet d'identifier le mode de phonon SH_0 pour des valeurs négatives du nombre d'onde k_x (figure 4-23), la fréquence de phonon étant de 420 kHz. Le tableau 4-5 montre que le mode SH_0 est en relation de phonon avec lui-même. La double FFT du signal transmis est représentée sur la figure 4-24, le mode SH_0 transmis est identifié autour de 420 kHz.

Mode incident $k_x SH_0 \text{ (m}^{-1}\text{)}$	Mode de phonon $k_x SH_0 \text{ (m}^{-1}\text{)}$	Période spatiale de rugosité $2\pi/\Lambda \text{ (m}^{-1}\text{)}$	Erreur relative par rapport à $2\pi/\Lambda$
940	730	1700	1,7 %

Tableau 4-5 : Relation de phonon, mode SH_0 .

Figure 4-22 : Double FFT du signal incident (avant la rugosité), mode incident SH_0 généré, courbes de dispersion de la structure tri-couche (—).

Figure 4-23 : Double FFT du signal réfléchi (avant la rugosité), mode de phonon SH_0 , courbes de dispersion de la structure tri-couche (—) et courbes de phonon (—).

Sur la figure 4-23, deux phonons sont observés : le premier phonon qui est celui attendu autour de 420 kHz (SH_0 en relation de phonon avec SH_0) et un autre phonon autour de 480 kHz correspondant à celui observé dans l'étude précédente (SH_0 en relation de phonon avec SH_2) ; ceci peut s'expliquer par le fait que la fréquence 480 kHz est incluse dans le spectre du signal incident (cf. figure 4-22, le spectre va de 350 kHz à 500 kHz).

Figure 4-24 : Double FFT du signal transmis (après la rugosité), mode SH_0 , courbes de dispersion de la structure tri-couche (—).

5.2 Evolution du coefficient de transmission en fonction de la fréquence

Le coefficient de transmission en amplitude est calculé comme rappelé dans le paragraphe 4-4 et illustré par la figure 4-8. L'évolution de ce coefficient en fonction de la fréquence est représentée sur la figure 4-25. Comme attendu, à la fréquence de phonon (420 kHz) le coefficient de transmission passe bien par un minimum. Ce deuxième résultat numérique confirme à nouveau ce phénomène physique.

Figure 4-25 : Evolution du coefficient de transmission en amplitude en fonction de la fréquence, résultat numérique.

6 Etude paramétrique numérique de l'influence des paramètres géométriques de la rugosité sur le signal transmis

L'amplitude du mode transmis (après la rugosité) dépend de la fréquence (cf. résultats précédents) et aussi des paramètres géométriques de rugosité. L'objectif de ce paragraphe est de prédire numériquement par éléments finis l'influence de la longueur et de la profondeur de rugosité sur le signal transmis par analyse des coefficients de transmission en amplitude (le coefficient de transmission étant calculé comme rappelé dans le paragraphe 4-4). Les résultats présentés dans ce paragraphe sont obtenus par simulation numérique sous COMSOL, et

concerne le mode incident SH_0 à 480 kHz. La première étude concerne la variation de la profondeur de rugosité, à longueur constante de la zone rugueuse. La deuxième étude traite de la variation de la longueur de la zone rugueuse à profondeur constante de rugosité. Le modèle numérique ayant été validé par l'expérience, l'objectif est de dégager de nouveaux effets de la rugosité dans une structure tri-couche vis-à-vis d'une excitation par une onde SH.

7-1 Influence de la profondeur de rugosité sur le signal transmis

La structure considérée est celle dont les paramètres géométriques et physiques sont rappelés dans le tableau 4-1, le profil de rugosité est celui présenté dans la figure 4-1. Trois profondeurs de rugosité sont retenues dans cette étude : 0,1 mm, 0,05mm et 0,02 mm (cf. figure 4-27), la longueur de rugosité restant fixe (37 mm). Les profondeurs de rugosité sont choisies pour rester dans l'hypothèse des petites perturbations (la profondeur moyenne de rugosité est faible devant l'épaisseur des plaques). Il est à noter que, pour les profondeurs de rugosité 0,05mm et 0,02mm, le mode rétro-converti autour de la fréquence 480 kHz (SH_0 en relation de phonon avec SH_2) est aussi observé, son amplitude diminuant avec la hauteur de rugosité (cf. figure 4-26).

(a)

(b)

Figure 4-26 : Double FFT du signal réfléchi (avant la rugosité), hauteur de rugosité 0,05 mm (a), hauteur de rugosité 0,02 mm (b).

Les courbes des coefficients de transmission correspondantes à ces profondeurs de rugosité sont présentées dans la figure 4-27.

Figure 4-27 : Résultat numérique, évolution des coefficients de transmission en amplitude en fonction de la fréquence, influence de la profondeur de rugosité.

Comme attendu, le coefficient de transmission augmente et présente un minimum moins marqué lorsque la profondeur de rugosité diminue. En effet pour une profondeur de rugosité nulle (pas de rugosité) le coefficient de transmission serait très proche de 1 (ou égal à 1 aux erreurs numériques près, car en modélisation, on ne tient pas compte d'atténuation).

7-2 Influence de la longueur de rugosité sur le signal transmis

Dans cette étude, la profondeur de rugosité reste fixe (0,1mm), les longueurs de rugosité étant respectivement de : 37 mm (10 dents), 22,2 mm (6 dents), 11,1 mm (3 dents) et 3,7 mm (1 dent). Le mode rétro-converti observé pour la longueur de rugosité égale à 10λ (37mm) (cf. 4-6) est aussi observé lorsque cette longueur diminue ; en effet pour les longueurs de rugosité 22 mm et 11,1 mm, le mode rétro-converti est observé autour de 480 kHz (figure 4-28), mais il n'est plus observé lorsque la longueur de rugosité devient égale 3,7 mm (1 dent), ce qui est normale puisque le réseau n'est plus périodique. Il est important de préciser que, même pour une longueur de rugosité égale à 2λ (7,4 mm) ce mode est aussi observé (figure 4-29).

(a)

(b)

Figure 4-28 : Mode de phonon SH_2 à la fréquence 480 kHz, longueur de rugosité 3Λ (11,1mm) (a), longueur de rugosité 6Λ (22,2mm).

Figure 4-29 : Mode de phonon SH_2 à la fréquence 480 kHz, longueur de rugosité 2Λ (7,4mm).

Les courbes des coefficients de transmission en fonction de la fréquence correspondantes à ces différentes longueurs de rugosité sont présentées dans la figure 4-30, le coefficient de transmission augmentant lorsque la longueur de rugosité diminue. Ce résultat était prévisible car en l'absence de rugosité (longueur de rugosité nulle) le coefficient de transmission serait proche de 1.

Figure 4-30 : Résultat numérique, évolution des coefficients de transmission en amplitude en fonction de la fréquence, influence de la longueur de rugosité.

Bien que les résultats obtenus dans les figures 4-27 et 4-30, montrent l'influence de la hauteur et de la longueur de rugosité sur le signal transmis (signal après la rugosité), ces résultats nécessitent d'être validés par des études expérimentales ; la comparaison modèle prédictif-expérience étant concluante, les simulations numériques permettent de dégager des résultats physiques intéressants sans être obligé de recourir à l'élaboration fastidieuse de l'ensemble des échantillons étudiés.

8 Conclusion

Les études expérimentales et numériques présentées dans ce chapitre ont permis de suivre la propagation d'ondes SH dans une structure tri-couche à interfaces rugueuses dont le profil de rugosité est une distribution régulière et périodique de dents de scie. L'analyse des représentations temps-position des signaux incident (avant la rugosité) et transmis (après la rugosité) aboutit à la détection d'un mode de phonon et permet par la suite d'étudier l'évolution du coefficient de transmission en amplitude en fonction de la fréquence. Les courbes des coefficients de transmission numériques et expérimentales suivent la tendance attendue ; elles passent par un minimum à la fréquence de phonon (une interprétation physique a été rappelée pour expliquer ce comportement). Enfin, deux études paramétriques ont permis de montrer l'influence de la profondeur et de la longueur de rugosité sur le signal

transmis, la première étude mettant en évidence la diminution de l'amplitude du mode rétro-converti avec la diminution de la profondeur de rugosité et la deuxième montrant la présence ou non du mode rétro-converti selon que le réseau est périodique ou non. Les études expérimentales sont rendues difficiles et par-delà restent limitées du fait de leur principe incontournable de réception laser. En effet on ne mesure qu'une fraction de la composante à 45° du déplacement, ce qui est particulièrement pénalisant pour les modes de phonon rétro-convertis car ces modes ont des amplitudes de déplacement faibles dès leur génération par la rugosité. Il faut aussi noter que, l'observation des modes de phonon par ondes SH n'était pas garantie avant de commencer les études expérimentales, car il n'existait pas à notre connaissance des résultats expérimentaux ayant abouti à l'observation des phonons par ondes SH.

CONCLUSION

Les études analytiques, numériques et expérimentales présentées dans ce mémoire ont permis de traiter les effets de rugosités d'interface dans une structure métal/colle/métal sur le comportement des ondes SH.

Le premier chapitre a pour objet de rappeler les modèles classiques de la propagation d'ondes SH dans deux plaques solides, isotropes et à surfaces lisses, dans lesquelles le comportement élastique de la colle est pris ou non en compte. Les courbes de dispersion, les champs de déplacements et ceux de contraintes sont représentés pour plusieurs types d'ondes SH et les points de fonctionnement retenus sont ceux repris dans la suite pour l'étude de la rugosité.

Le second chapitre traite, de façon analytique, de la propagation des ondes SH dans les deux plaques collées présentées précédemment, les interfaces entre les plaques et la colle étant ici rendues rugueuses. Le problème posé (équations de propagation couplées et conditions aux interfaces rugueuses) est traité sous sa forme intégrale qui permet d'exprimer les perturbations apportées par la diffusion des rugosités non locales. Les perturbations apportées aux champs de déplacements et de contraintes, correspondant ou non aux accords de phase entre les modes SH, sont représentées pour deux profils de rugosité, un profil en dents de scie périodique et un profil pseudo-périodique obtenu par grenailage, mettant ainsi en évidence les effets de la rugosité sur le comportement des ondes SH.

Dans le troisième chapitre, les techniques de traitement de signaux (pour les études expérimentales) et la méthode des éléments finis (sous COMSOL) sont présentées en vue d'étudier la propagation d'onde SH dans une plaque d'aluminium et dans une structure tri-couche aluminium / colle / aluminium dont les interfaces sont lisses. Ces techniques de traitement de signaux sont utilisées dans le chapitre suivant pour étudier la propagation d'onde SH dans une structure tri-couche à interfaces rugueuses.

Le quatrième chapitre s'intéresse à la réponse à une excitation par ondes SH d'une structure tri-couche à interfaces rugueuses. L'étude expérimentale et les études numériques abordées dans ce chapitre ont permis de détecter un mode de phonon (mode SH vérifiant la relation phonon) dans la structure tri-couche et d'étudier l'évolution du coefficient de transmission en fonction de la fréquence ; le passage par un minimum de ce coefficient est observé au voisinage de la fréquence de phonon. Enfin, deux études paramétriques ont permis de montrer l'influence de la hauteur et de la longueur de rugosité sur le signal transmis.

Il serait intéressant dans la suite de ces travaux, de poursuivre l'étude analytique pour calculer les coefficients réflexion et de transmission et pour évaluer les transferts d'énergies entre les modes SH considérés, puis de prolonger cette étude pour d'autres types d'ondes, dont les ondes de Lamb. Enfin une étude systématique de l'influence des paramètres de rugosité sur le couplage des modes SH devrait être envisagée, en vue de mettre mieux en évidence les possibilités des méthodes mises en place dans le présent travail.

RÉFÉRENCES

- [1] S. W. Doebling, C. R. Farrar, M. B. Prime, D. W. Shevitz, Damage Identification and Health Monitoring of Structural and Mechanical Systems from Changes in Their Vibration Characteristics: A Literature Review, Los Alamos National Laboratory report LA- 13070-MS, April 1996.
- [2] A. Rytter, Vibration based inspection of civil engineering structures, Ph. D. Dissertation, Department of Building Technology and Structural Engineering, Aalborg University, Denmark. 1993.
- [3] F. K. Chang, Structural Health Monitoring 2005: Advancements and Challenges for Implementation—Proceedings of the 5th International Workshop on Structural Health Monitoring, DEStech Publications, 2005.
- [4] H. Matt et coll., Ultrasonic guided wave monitoring of composite wing skin-to-spar bonded joints in aerospace structures, J. Acoust. Soc. Am. vol. **118**, p. 2240-2252, 2005.
- [5] E. Peronnet, Identification expérimentale du comportement d'un fuselage composite : détection de défauts par mesures de champs, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse), 2012.
- [6] J. C. Samuels, On propagation of waves in slightly rough ducts, J. Acoust. Soc. Am. vol. **31** (3), p. 319-325, 1959.
- [7] R. F. Salant, Acoustic propagation in waveguides with sinusoidal walls, J. Acoust. Soc. Am. vol. **53** (2), p. 504-507, 1973.
- [8] T. W. Dawson, J. A. Fawcett, A boundary integral equation method for acoustic scattering in a waveguide with nonplanar surfaces, J. Acoust. Soc. Am. vol. **87** (3), p. 1110-1125, 1990.
- [9] M. Spivack, Sound propagation in an irregular two-dimensional waveguide, J. Acoust. Soc. Am. vol. **101** (3), p. 1250, 1997.
- [10] J. A. Sanchez-Gil, V. Freilikher, A. A. Maradudin, I. V. Yurkevich, Reflection and transmission of waves in surface-disordered waveguides, Phys. Rev. B. vol. **59**, p. 5915-5925, 1999.
- [11] A. H. Nayfeh, Perturbation Methods. John Wiley & Sons Inc, 1973.
- [12] A. H. Nayfeh, Sound waves in two-dimensional ducts with sinusoidal walls, J. Acoust. Soc. Am. vol. **56** (3), p.768-770, 1974.

- [13] A. H. Nayfeh, O. R. Asfar, Parallel-plate waveguide with sinusoidally perturbed boundaries, *J. Appl. Phys.* vol. **45** (11), p. 4797-4800, 1974.
- [14] V. Pagneux, N. Amir, J. Kergomard, A study of wave propagation in varying cross-section waveguides by modal decomposition. Part I. theory and validation, *J. Acoust. Soc. Am.* vol. **100** (4), p. 2034-2048, 1996.
- [15] N. Amir, V. Pagneux, J. Kergomard, A study of wave propagation in varying cross-section waveguides by modal decomposition. Part II. Results, *J. Acoust. Soc. Am.* vol. **101** (5), p. 2504-2517, 1997.
- [16] V. Pagneux, A. Maurel, Lamb wave propagation in elastic waveguides with variable thickness, *Proc. R. Soc. London, Ser. A.* vol. **462**, p. 1315-1339, 2006.
- [17] T. Valier-Brasier, C. Potel, M. Bruneau, Modes coupling of shear acoustic waves polarized along a one-dimensional corrugation on the surfaces of an isotropic solid plate, *Appl. Phys. Lett.* vol. **93**, p. 164101, 2008.
- [18] C. Potel, D. Leduc, B. Morvan, C. Depollier, A. C. Hladky-Hennion, J. L. Izbicki, P. Pareige, M. Bruneau, Lamb wave propagation in a rough plate. I. Analytical and experimental results in an anisotropic plate, *J. Appl. Phys.* vol. **104** (7), p. 074908-10, 2008.
- [19] C. Potel, D. Leduc, B. Morvan, C. Depollier, A. C. Hladky-Hennion, J. L. Izbicki, P. Pareige, M. Bruneau, Lamb wave propagation in a rough plate. II. Analytical and numerical results in a fluid plate, *J. Appl. Phys.* vol. **104** (7), p. 074909-6, 2008.
- [20] T. Valier-Brasier, C. Potel, M. Bruneau, Shear acoustic waves polarized along the ridged surface of an isotropic solid plate; mode coupling effects due to the shape profile, *J. Appl. Phys.* vol. **108** (7), 2010.
- [21] S. Banerjee, T. Kundu, Elastic wave propagation in sinusoidally corrugated waveguides, *J. Acoust. Soc. Am.* vol. **119** (4), p. 2006-2017, 2006.
- [22] O. R. Asfar, M. H. Bataineh, M. A. Hawwa, Ultrasonic Waveguide With Square Wave Surface Grating, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. **57** (8), 2010.
- [23] D. Leduc, B. Morvan, A. C. Hladky-Hennion, P. Pareige, J. L. Izbicki, Lamb wave propagation in a plate with a grooved surface with several spatial periodicities, *Ultrasonics*, vol. **44**, p. 1359– 1363, 2006.
- [24] T. Valier-Brasier, C. Potel, M. Bruneau, On the modeling of modes coupling in dissipative fluid-filled waveguide with corrugated surfaces, *J. Appl. Phys.* vol. **106** (3), p. 034913-8, 2009.
- [25] T. Valier-Brasier, Propagation Acoustique en guides fluides et solides à parois rugueuses : Formulation intégrale pour ondes de pression, de cisaillement et de Lamb. Thèse de doctorat, Université du Maine, Le Mans, 2010.

- [26] B. Morvan, A. C. Hladky-Hennion, D. Leduc, J. L. Izbicki, Ultrasonic guided waves on a periodic grating: coupled modes in the first Brillouin zone, *J. Appl. Phys.* vol. **101** (11), p. 114906-7, 2007.
- [27] D. Leduc, A. C. Hladky-Hennion, B. Morvan, J. L. Izbicki, P. Pareige, Propagation of Lamb waves in a plate with a periodic grating: interpretation by phonon, *J. Acoust. Soc. Am.* vol. **118** (4), p. 2234-2239, 2005.
- [28] D. Leduc, B. Morvan, P. Pareige, J. L. Izbicki, Measurement of the effects of rough surfaces on Lamb waves propagation, *NDT and E Int.* vol. **37** (3), p. 207-211, 2004.
- [29] L. Singher, Y. Segal, E. Segal, J. Shamir, Considerations in bond strength evaluation by ultrasonic guided waves, *J. Acoust. Soc. Am.* vol. **96**, p. 2497, 1994.
- [30] L. Singher, Y. Segal, J. Shamir, Interaction of a guided wave with a nonuniform adhesion bond, *Ultrasonics*. vol. **35**, p. 385-391, 1997.
- [31] R. Leiderman, A.M.B. Braga, P.E. Barbone, Scattering of ultrasonic waves by defective adhesion interfaces in submerged laminated plates, *J. Acoust. Soc. Am.* vol. **118** (4), p. 2154-2166, 2005.
- [32] R. Leiderman, P.E. Barbone, A.M.B. Braga, Reconstructing the adhesion stiffness distribution in a laminated elastic plate: Exact and approximate inverse scattering solutions, *J. Acoust. Soc. Am.* vol. **122** (4), p. 1906-1916, 2007.
- [33] R. Leiderman, D. Castello, Scattering of ultrasonic waves by heterogeneous interfaces: Formulating the direct scattering problem as a least-squares problem, *J. Acoust. Soc. Am.* vol. **135**, p. 5, 2014.
- [34] F. Zhang, A. Leleux, M. Castaings, M. Renier, Un nouveau procédé de contrôle rapide et flexible pour l'imagerie de grandes structures métalliques ou composites en combinant les ondes guidées et la technologie multiélément. Journées COFREND, Bordeaux, France, 2014. Sous presse.
- [35] F. Abdelilah, Auscultation de la peau du béton par ondes ultrasonores hautes fréquences. Thèse de doctorat, Université des sciences et technologies de Lille, 2006.
- [36] A. Leleux, Contrôle non destructif de composites par ondes ultrasonores guidées, générées et détectées par multiélément. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1, 2012.
- [37] K. Coné, Contribution à la caractérisation de collages de structures par ondes guidées ultrasonores de type SH. Thèse de doctorat, Université du Havre, 2013.
- [38] D. Leduc, Propagation d'ondes de Lamb en présence d'une interface rugueuse. Thèse de doctorat, Université du Havre, 2005.
- [39] B. Le Crom, Evaluation ultrasonore des réparations de structures métalliques par collage de patches composites. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1, 2010.

- [40] D. Royer, E. Dieulesaint, *Ondes élastiques dans les solides : propagation libre et guidée*, vol. **1**. Masson, 1997.
- [41] L. Giraud, J. Langou, M. Rozloznik, On the loss of orthogonality in the Gram-Schmidt orthogonalization process. Technical Report TR/PA/03/25, CERFACS, Toulouse, France, 2003. Preliminary version of the paper published in *Computer and Mathematics with Applications*, vol. **50**, p. 1069-1075, 2005.
- [42] J. Imbert, *Analyse des structures par éléments finis*, Cépaduès-éditions, 1995.
- [43] C. Vanhille, A. Lavie, C. Campos-Pozuelo, *Modélisation numérique en mécanique*, Lavoisier, 2007.
- [44] A. Marzani, E. Viola, I. Bartoli, F. L. D Scaela, P. Rizzo, A semi-analytical finite element formulation for modeling stress wave propagation in axisymmetric damped waveguides, *J. Sound Vib.* vol. **318**, p. 488-505, 2008.
- [45] M. Koshiba, K. Hasegawa, M. Suzuki, Finite-Element solution of horizontally polarized Shear wave scattering in an elastic plate, *IEEE T. Ultrasons. Ferr. Freq. Cont.* vol. **34** (4), p. 461-466, 1987.
- [46] Z. A. B. Ahmad, U. Gabbert, Simulation of Lamb wave reflections at plate edges using, *Ultrasonics*. vol. **52**, p. 815-820, 2012.
- [47] J. L. Batoz, G. Dhatt, *Modélisation des structures par éléments finis*, Paris : Hermès, 1990.
- [48] A. Demma, P. Cawley, M. Lowe, Scattering of the fundamental shear horizontal mode from steps and notches in plates, *J. Acoust. Soc. Am.* vol. **113**, p. 1880-1891, 2003.
- [49] M. Castaings, B. Hosten, Lamb and SH waves generated and detected by air-coupled ultrasonic transducers in composite material plates, *NDT and E Int.* vol. **34** (4), p. 249-258, 2001.
- [50] M.V. Predoi, M. Castaings, B. Hosten, C. Bacon, Wave propagation along transversely periodic structures, *J. Acoust. Soc. Am.* vol. **121** (4), p. 1935-1944, 2007.
- [51] P. Rajagopal, M. J. S. Lowe, Short range scattering of the fundamental shear horizontal guided wave mode normally incident at a through-thickness crack in an isotropic plate, *J. Acoust. Soc. Am.* vol. **122** (3), p. 1527-1538, 2007.
- [52] P. Rajagopal, M. J. S. Lowe, Short range scattering of the fundamental shear horizontal guided wave by a part-thickness crack in an isotropic plate, *J. Acoust. Soc. Am.* vol. **124** (5), p. 2895-2904, 2008.
- [53] M. Ratassepp, M. J. S. Lowe, P. Cawley, A. Klauson, scattering of the fundamental shear horizontal mode in a plate when incident at a through crack aligned in the propagation direction of the mode, *J. Acoust. Soc. Am.* vol. **124** (5), p. 2873-2882, 2008.

- [54] B. Le Crom, M. Castaings, shear horizontal guided wave modes to infer the shear stiffness of adhesive bond layers, *J. Acoust. Soc. Am.* vol. **127** (4), p. 2220-2230, 2010.
- [55] R. B. Thompson, Generation of horizontally polarized shear waves in ferromagnetic materials using magnetostrictively coupled meander-coil electromagnetic transducers, *Appl. Phys. Lett.* vol. **34** (2), p. 175-177, 1979.
- [56] C. F. Vasile, R. B. Thompson, Excitation of horizontally polarized shear elastic waves by electromagnetic transducers with periodic permanent magnets, *J. Appl. Phys.* vol. **50** (4), p. 2583-2588, 1979.
- [57] V. Gusev, M. Kouznetsov, Laser-induced piezoexcitation of acoustic shear horizontal wave-guide modes, *Ultrasonics*. vol. **31** (4), p. 251-257, 1993.

Thèse de Doctorat

Ludovic Gardin FOZE NDJOMO

Etude analytique, numérique et expérimentale des effets de rugosités d'interfaces dans une structure métal/colle/métal sur les ondes SH

Analytical, numerical and experimental approaches to interpret the effects on SH waves of interface roughness in a metal/glue/metal structure

Résumé

L'étude de la propagation des ondes élastiques dans des plaques présentant des défauts en surface ou en volume trouve sa place dans divers domaines industriels (aéronautique, automobile, aérospatial,...) pour le contrôle de l'état de santé des matériaux. L'étude menée ici en ondes transversales horizontales (SH) porte plus particulièrement sur les effets de rugosité aux interfaces d'une structure tri-couche, deux plaques isotropes collées par une couche mince de colle (les interfaces entre la couche de colle et les deux plaques sont rendues rugueuses pour améliorer l'adhésion), les plaques n'étant pas obligatoirement de même nature. L'objectif à terme est de caractériser cette rugosité et par-delà d'analyser son influence sur la qualité de collage. Les rugosités peuvent être quelconques ; celles considérées ici sont soit périodiques, soit pseudo-aléatoires.

Les approches retenues sont analytiques, numériques et expérimentales. L'approche analytique basée sur une formulation intégrale adaptée à la propagation en ondes SH est utilisée pour déterminer les champs de déplacements et de contraintes dans les deux plaques. L'étude numérique par éléments finis qui utilise le logiciel COMSOL donne les coefficients de transmission. L'étude expérimentale met en œuvre des transducteurs piézoélectriques à ondes transversales pour l'émission, et un vibromètre laser en réception, l'objectif étant de générer et d'identifier les modes propagatifs dans les structures étudiées, et d'évaluer leur comportement selon le type de rugosité.

Les résultats et comparaisons portent sur les champs (déplacement-contrainte) et les coefficients de transmission en présence de rugosité, avec ou non accords de phase lorsque des périodicités apparaissent sur les profils de rugosité.

Mots clés

Acoustique, ondes SH, plaques collées, rugosité d'interface.

Abstract

Analysing the elastic wave propagation in rough plates opens the way to several applications such as the health monitoring of materials in industrial sectors (aeronautics, automotive, aerospace,...). The study here in using shear horizontal waves (SH), focuses on the effects of roughness at the interfaces of a bi-layered structure which consists of two isotropic plates adhesively bonded using a thin layer of glue (the interfaces between the adhesive layer and the two plates are roughened to improve adhesion), the plates being not necessarily of the same nature. The aim of this study is to characterize this roughness and beyond to analyze its influence on the quality of bonding. The roughness may have any profile; those considered here are either periodic or pseudo-random.

The approaches used are analytical, numerical and experimental. The analytical approach, based on the integral formulation developed for SH-wave propagation, is used to determine the fields of displacements and stresses in both plates. The numerical finite element analysis using the COMSOL software gives the transmission coefficients. In the experimental study, shear waves piezoelectric transducers are used for the emission and a laser vibrometer for the reception; the final aim being to generate and to identify the modes propagating in the studied structures, and to evaluate their behavior depending on the roughness.

The displacement and stress perturbation maps, and transmission coefficients are presented in the presence of roughness, with or without phase-matching.

Key Words

Acoustics, SH waves, bonded plates, interface roughness